



ČVUT v Praze  
Stavební fakulta, katedra geomatiky

---

## „Fotogrammetrie 2“

Prof. Dr. Ing. Karel Pavelka  
E-mail: [pavelka@fsv.cvut.cz](mailto:pavelka@fsv.cvut.cz)

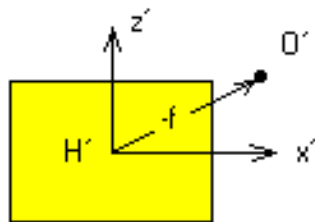


Laboratoř fotogrammetrie

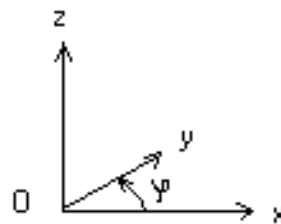
# Prvky vnitřní a vnější orientace

-vnitřní or. – popisují komoru uvnitř:  $(f, x'_o, y'_o)$

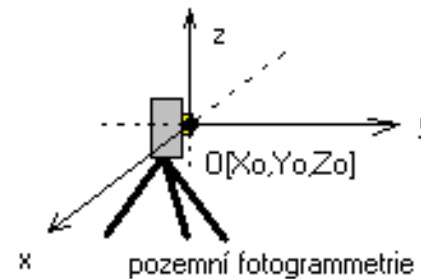
-vnější orientace – poloha komory v prostoru a směr záběru:  $(X_o, Y_o, Z_o, \omega, \varphi, \kappa)$



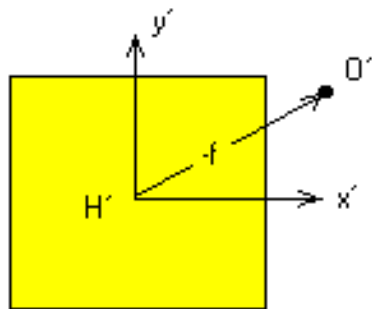
snímkové souřadnice



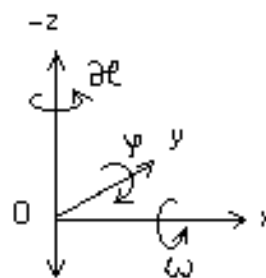
modelové souřadnice



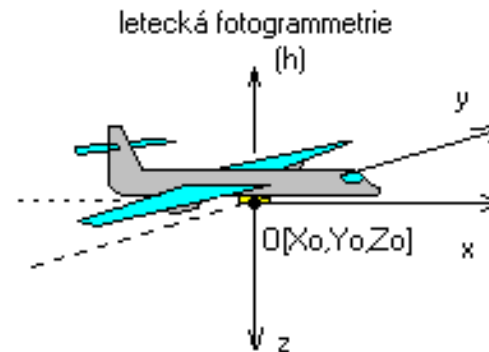
pozemní fotogrammetrie



snímkové souřadnice



modelové souřadnice



letecká fotogrammetrie

# Základní vztah

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} + m \cdot \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x' - x'_o \\ y' - y'_o \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} X &= X_o + m \cdot (r_{11} \cdot (x' - x'_o) + r_{12} \cdot (y' - y'_o) - r_{13} \cdot f) \\ Y &= Y_o + m \cdot (r_{21} \cdot (x' - x'_o) + r_{22} \cdot (y' - y'_o) - r_{23} \cdot f) \\ Z &= Z_o + m \cdot (r_{31} \cdot (x' - x'_o) + r_{32} \cdot (y' - y'_o) - r_{33} \cdot f) \end{aligned}$$

$$m = \frac{Z - Z_o}{r_{31} \cdot (x' - x'_o) + r_{32} \cdot (y' - y'_o) - r_{33} \cdot f}$$

$$\begin{aligned} X &= X_o + (Z - Z_o) \cdot \frac{r_{11} \cdot (x' - x'_o) + r_{12} \cdot (y' - y'_o) - r_{13} \cdot f}{r_{31} \cdot (x' - x'_o) + r_{32} \cdot (y' - y'_o) - r_{33} \cdot f} \\ Y &= Y_o + (Z - Z_o) \cdot \frac{r_{21} \cdot (x' - x'_o) + r_{22} \cdot (y' - y'_o) - r_{23} \cdot f}{r_{31} \cdot (x' - x'_o) + r_{32} \cdot (y' - y'_o) - r_{33} \cdot f} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x' &= x'_o - f \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{21}(Y - Y_o) + r_{31}(Z - Z_o)}{r_{13}(X - X_o) + r_{23}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} \\ y' &= y'_o - f \frac{r_{12}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{32}(Z - Z_o)}{r_{13}(X - X_o) + r_{23}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} \end{aligned}$$

# Známé prvky vnitřní i vnější orientace

- Dosazení do předešlých vztahů

$$X = X_0 + (Z - Z_0) \frac{r_{11}(x' - x'_0) + r_{12}(y' - y'_0) - r_{13}f}{r_{31}(x' - x'_0) + r_{32}(y' - y'_0) - r_{33}f}$$
$$Y = Y_0 + (Z - Z_0) \frac{r_{21}(x' - x'_0) + r_{22}(y' - y'_0) - r_{23}f}{r_{31}(x' - x'_0) + r_{32}(y' - y'_0) - r_{33}f}$$
$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{R, X_0, Y_0, Z_0 \text{ známe!}}$$

Při známých měřených snímkových souřadnicích určovaných bodů  $x'$ ,  $y'$  vypočteme hodnotu zlomku a dostaneme tak vztah pro výpočet geodetických souřadnic ve formě čtyř rovnic pro snímek č.1 (levý) a č.2 (pravý):

$$X = X_{01} + (Z - Z_{01})k_{x1}$$

$$Y = Y_{01} + (Z - Z_{01})k_{y1}$$

$$X = X_{02} + (Z - Z_{02})k_{x2}$$

$$Y = Y_{02} + (Z - Z_{02})k_{y2}$$

$$Z = \frac{X_{02} - Z_{02}k_{x2} + Z_{01}k_{x1} - X_{01}}{k_{x1} - k_{x2}}$$

-dále vypočteme  
ze soustavy X, Y

# Neznámé prvky vnitřní i vnější orientace

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad \mathbf{R}, X_0, Y_0, Z_0 \text{ neznáme!}$$

- **Postupné orientace** (vnitřní, relativní, absolutní)

RO: měříme vertikální paralaxy na orientačních (Gruberových)bodech, tvorba modelu

AO: transformace mezi modelovými a geod.souř.

- V jednom kroku (**komplexní řešení**)

-měříme pouze na jednotlivých snímcích vlíčovací body a orientační (Gruberovy) body, příp.i podrobné body, následuje iterativní výpočet prvků vnější orientace

# Vlivy působící na snímkové souřadnice

- Distorze objektivu**

$$x' = x'_{\text{měřená}} + \Delta x'$$

$$y' = y'_{\text{měřená}} + \Delta y'$$

$$\Delta x' = a_0 + a_1 x' + a_2 y' + \dots$$

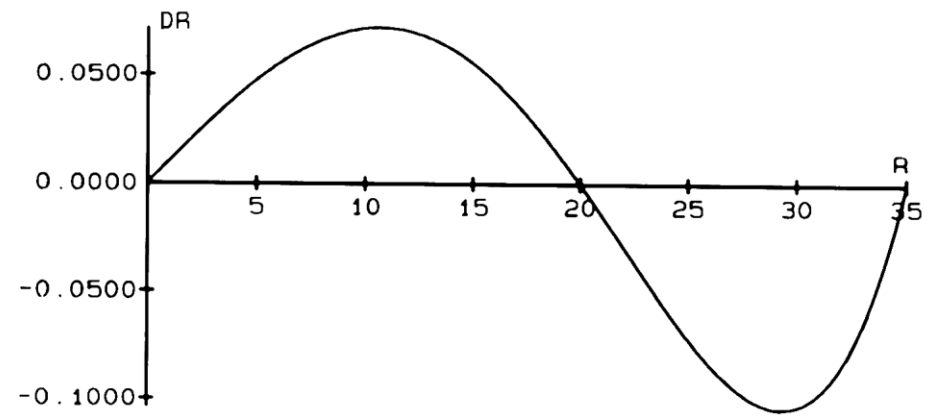
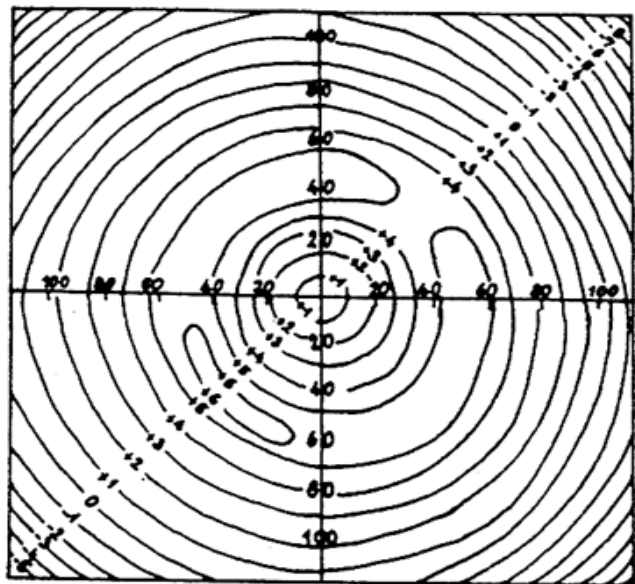
$$\Delta y' = b_0 + \dots$$

$$\Delta x' = x' \cdot (a_1 r'^2 + a_2 r'^4 + a_3 r'^6) + b_1 (r'^2 + 2x'^2) + 2b_1 x' y'$$

$$\Delta y' = y' \cdot (a_1 r'^2 + a_2 r'^4 + a_3 r'^6) + b_2 (r'^2 + 2y'^2) + 2b_2 x' y'$$

$$r'^2 = x'^2 + y'^2$$

$$\Delta r' = a_1 \cdot r' \cdot (r'^2 - r_0'^2) + a_2 \cdot r' \cdot (r'^4 - r_0'^4)$$



Radiální distorze 200 $\mu$ m na okraji snímku formátu 6x6cm pořízeného z výšky 1km, f= 80mm, odpovídá teoretické chybě 2.5m v poloze!

# Vlivy působící na snímkové souřadnice

- Srážka materiálu, průhyb

-pravidelná

(afinní tr.,  
rámové značky)

-nepravidelná

(réseau)

Materiál	průměrná srážka $s = \text{rozměr snímku}[\text{mm}]$	hodnoty pro snímek 13x18cm
skleněná deska	max. 3-5 $\mu\text{m}$	3-5 $\mu\text{m}$
acetátová podložka	$4 \cdot 10^{-5} \cdot s$	7 $\mu\text{m}$
PET podložka	$2.5 \cdot 10^{-5} \cdot s$	4.5 $\mu\text{m}$

Podložka	pozn.	Tloušťka [mm]	Rovinnost [ $\mu\text{m}$ ]
skleněné desky	ploché ultraploché broušené sklo	1.3-3.0 1.3-3.0 6.0	30-50 25 5-10
film PET (polyester tereftalát)	mechanické tlakové nebo vakuové přísávání materiálu	$0.06 \pm 0.003$ až $0.18 \pm 0.005$	5-20 dle typu přilnutí materiálu k rámu

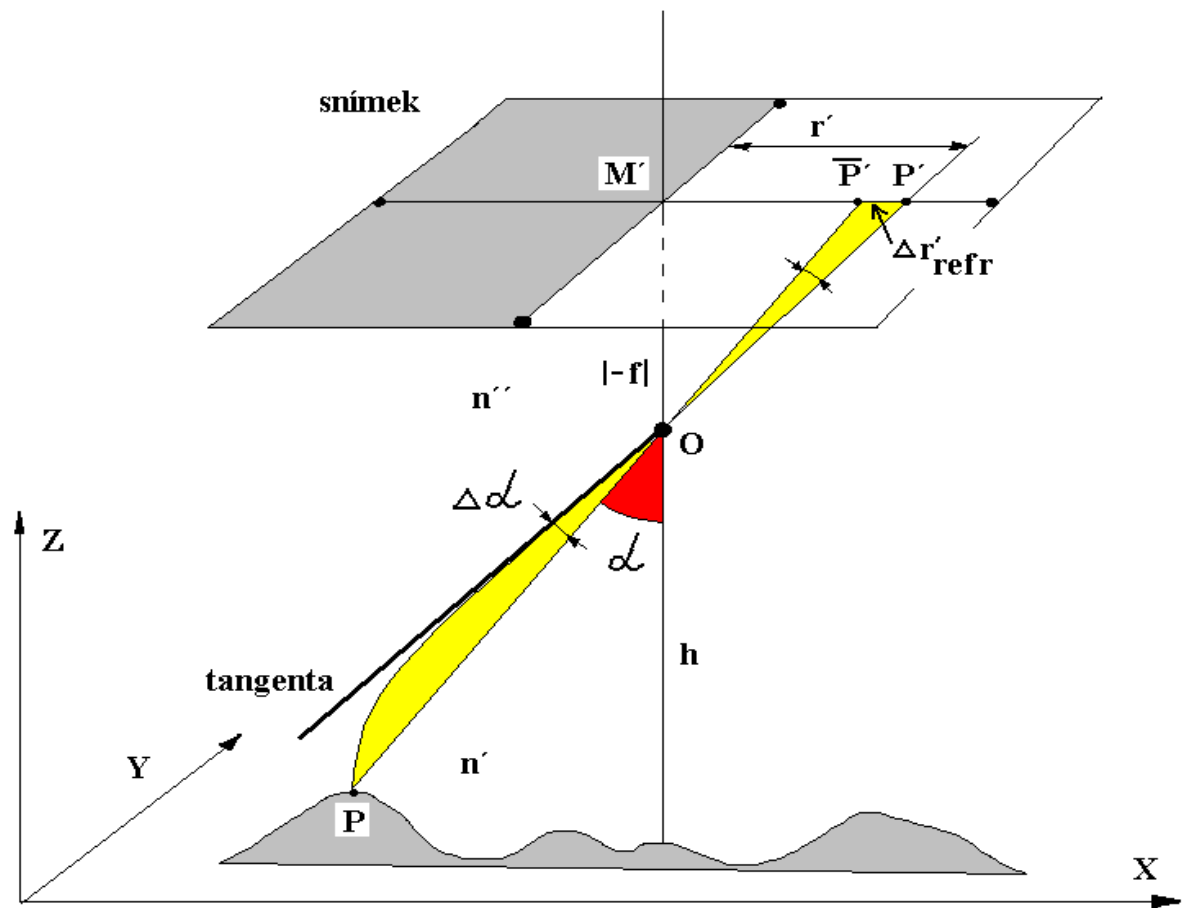
# Vlivy působící na snímkové souřadnice

- Atmosférická refrakce

$$\Delta\alpha = k \cdot \tan\alpha = \frac{k \cdot r'}{f}$$

$$k = \frac{(n' - n'')}{2}$$

$$k = 0.00241 \cdot \left( \frac{h}{h^2 - 6h + 250} - \frac{h_0^2}{h(h_0^2 - 6h_0 + 250)} \right)$$



$$\Delta r'_{REFR} \cdot \cos\alpha = \Delta\alpha \sqrt{f^2 + r'^2}$$

$$\Delta r'_{REFR} \approx \Delta\alpha \cdot \frac{f^2 + r'^2}{f}$$

$$\Delta r'_{REFR} \approx k \cdot r' \cdot \left( 1 + \frac{r'^2}{f^2} \right)$$

$$\Delta x' = - \frac{x' - x'_o}{r'} \Delta r'_{REFR}$$

$$\Delta y' = - \frac{y' - y'_o}{r'} \Delta r'_{REFR}$$



# Vlivy působící na snímkové souřadnice

- Atmosférická refrakce – skutečný vliv

Měřítko snímku	Výška letu $h$ [km] ( $h_0=0.5$ km)	$f$ [mm]	$\Delta r'_{REFR}$ [ $\mu$ m]
1:5 000	2.0	300	3
	1.3	150	3
	0.9	85	3
1:10 000	3.5	300	5
	2.0	150	4
	1.3	85	5
1:20 000	6.5	300	9
	3.5	150	8
	2.2	85	9
1:100 000	9.0	85	34
1:800 000	800	1000	2

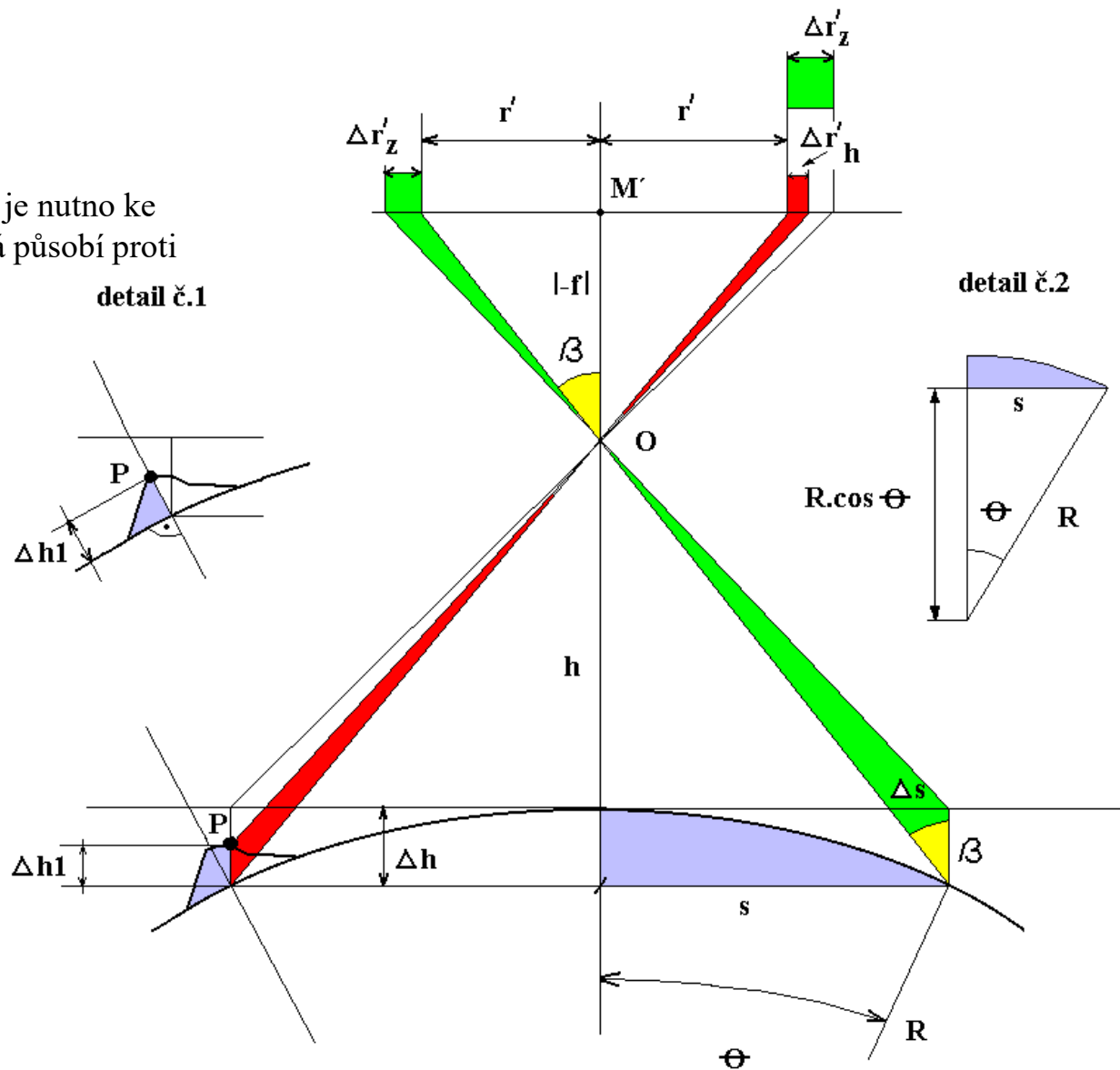
# Vlivy působící na snímkové souřadnice

## • Zakřivení Země

$$\Delta r'_Z = \frac{h}{2R} * \frac{r'^3}{f^2}$$

Pokud území nelze prohlásit za rovinaté, je nutno ke korekci  $\Delta r'_Z$  připočíst korekci  $\Delta r'_H$ , která působí proti  $\Delta r'_Z$ .

$$\Delta r'_H = \frac{r'}{h} \Delta h_1$$



# Vlivy působící na snímkové souřadnice

- Zakřivení Země – skutečný vliv

$m_s$	f [mm]	h [km]	$\Delta r'_z$ [ $\mu\text{m}$ ], $r^2 = 130\text{mm}$
1 : 5 000	85	0.4	10
	150	0.8	6
	300	1.5	3
1 : 10 000	85	0.8	17
	150	1.5	11
	300	3.0	6
1 : 20 000	85	1.7	40
	150	3.0	23
	300	6.0	11
1 : 30 000	85	2.5	60
	150	4.5	34
	300	9.0	17

# Letecké snímkování

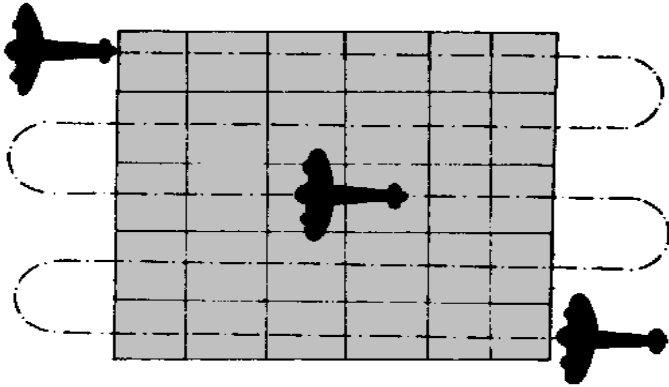
- Projekt snímkového letu

-z hlediska přesnosti volit vhodný základnový poměr  $b/h$

$$m_S = \frac{h}{f}$$

$$m_Z = \frac{h}{b} m_S \cdot m_P,$$

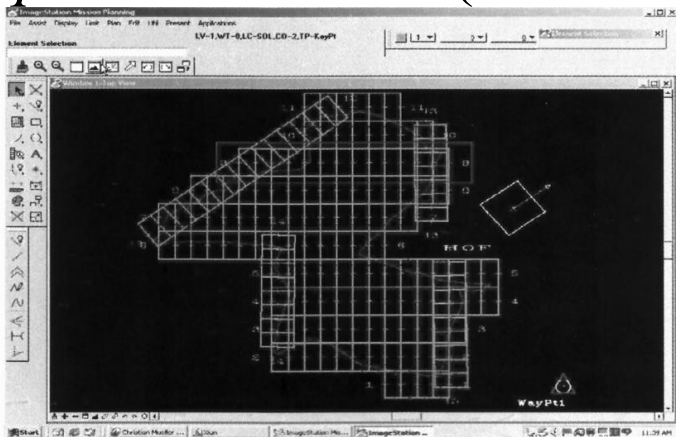
$$m_{XY} = m_S \cdot m_{x'y'}$$



podélný překryt  $p$  a příčný  $q$

-  $p$  se volí obyčejně 60% (navázání dalších stereopárů)

-  $q$  se volí 20-40% (navázání dalších řad)



# Letecké snímkování

- smaz  $\Delta s$  
$$t_{\max} = \frac{m_s \cdot \Delta s}{v}$$

v [km/h]	V [m/s]	$m_s$	abs.hodnota při t=0.01s s=v.t [m]	smaz ve snímku [ $\mu m$ ]
150	42	5 000	0.42	84
		10 000		42
		20 000		21
250	69	5 000	0.69	138
		10 000		69
		20 000		35

# Letecké snímkování- pozemní práce

1. Klasifikace a místní šetření
2. Přípravné práce
3. Vyhodnocení obsahu

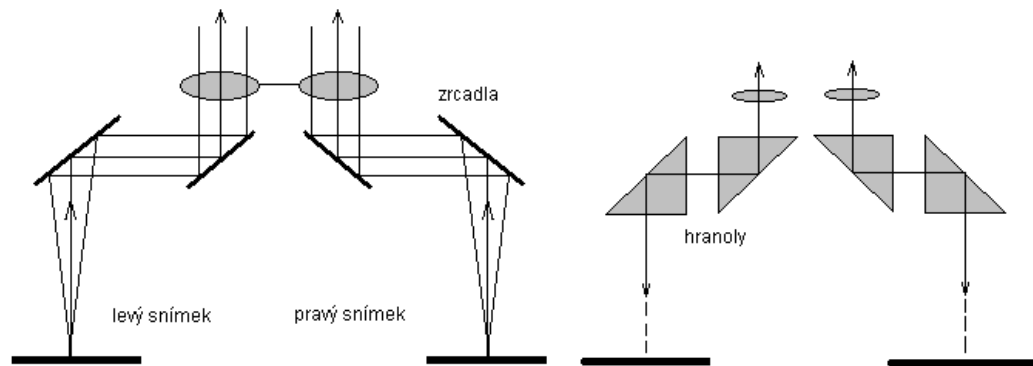
## Vlícovací body



- Metody vyhodnocení obsahu snímků

# Vyhodnocení obsahu snímků

Jednoduché metody letecké fotogrammetrie  
kreslicí stereometr , interpretoskop, stereopret



Přibližné metody  
topografický stereometr STD-2, stereotop, PA-200





# *Vyhodnocení obsahu snímků*

## **3. Přesné vyhodnocení letecké fotogrammetrie**

**Kombinovaná metoda** (překreslený fotoplán, výškopis byl tvořen geodetickým měřením )

**Integrovaná metoda** (diferenciálně překreslený snímek pro polohopis a pro výškopis plný nebo částečný DMT (dříve se tvořil z profilových čar nebo segmentů vrstevnic).

**Univerzální metoda** (plynulé nebo bodové vyhodnocení polohopisu i výškopisu )

Nízké nálety – signalizace podr.b. + klasifikace a místní šetření, při kterém se určují oměrné a zejména přesahy střech a okapů, jelikož v mapě se zobrazuje průnik zdiva se zemí.

# Přesné postupy stereofotogrammetrie

- Obnovení prvků vnitřní i vnější orientace snímkové stereodvojice – základ přesného vyhodnocení

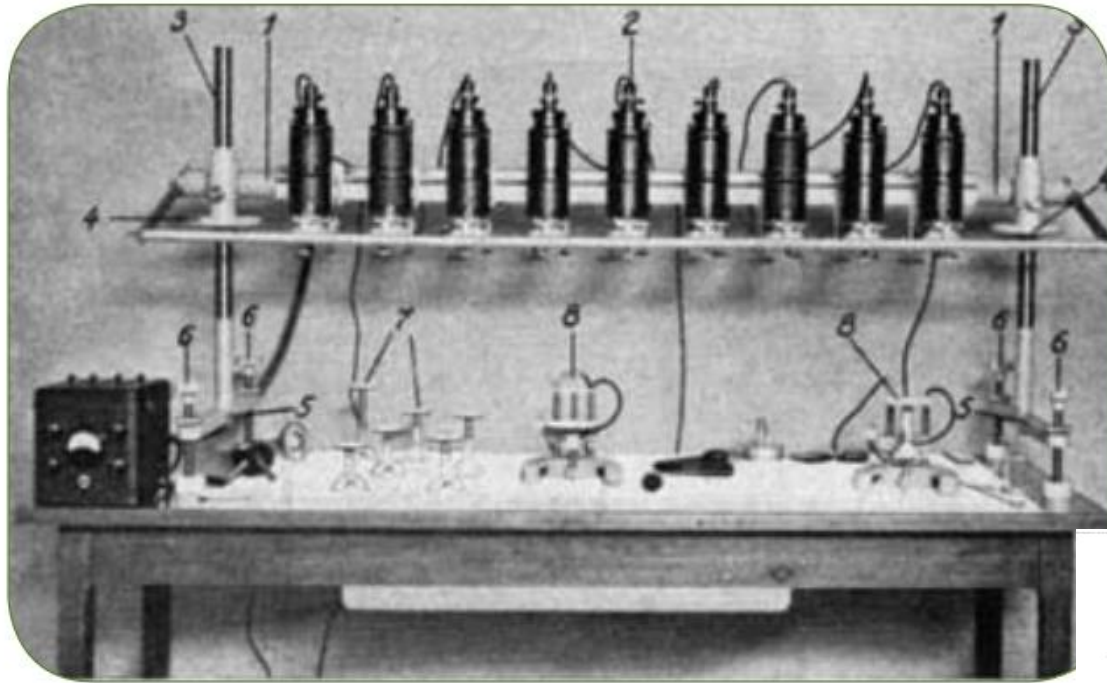
## Postupy:

- Klasický postup: vnitřní orientace (interní), vnější orientace (relativní, absolutní)
- Komplexní řešení (vnitřní orientace a vnější orientace – nedělí se na rel.or. a abs.or.)

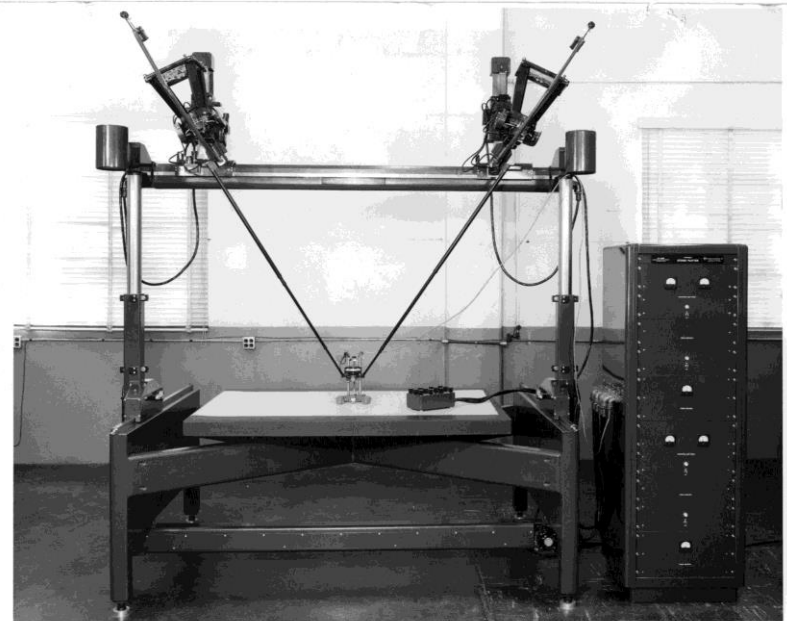
# Přesné postupy stereofotogrammetrie

- Empirická relativní a absolutní orientace (1910-1990)
- Početní relativní orientace (nezávislá dvojice a připojení snímku), početní absolutní orientace (1920-2000)
- Analytické metody :etapové (1960-1990) a **komplexní řešení (1960- současnost)**

# historie



- Multiplex, 1930,  
Zeiss
- Boller and Chivens,  
USA



# Prostorové vyhodnocení pomocí streofotogrammetrických zařízení

## Analogové stroje

*- vyráběny až do roku 1986 (Wild) a 1990 (Zeis Jena)*

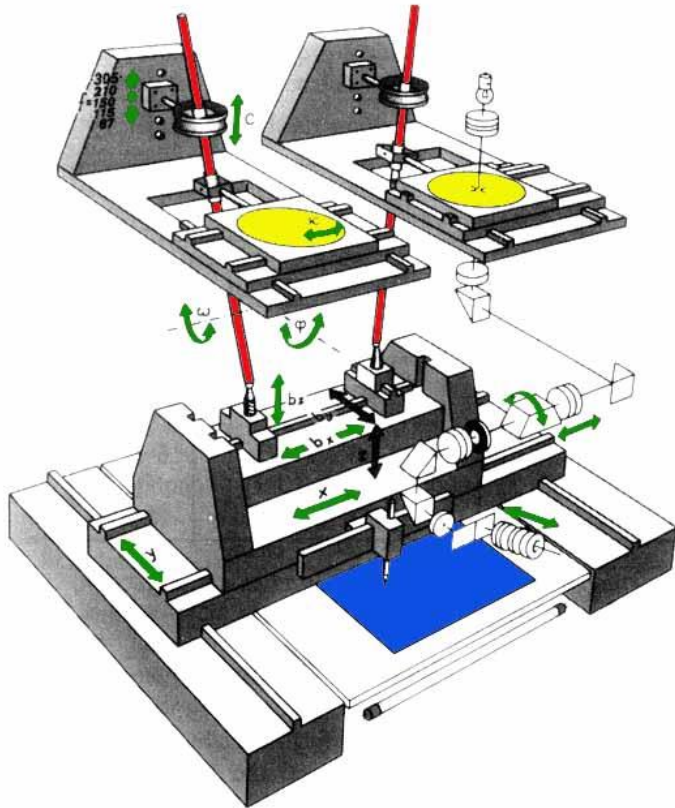
*- složité a přesné mechanické zařízení, umožňující obnovení prvků vnější orientace*

*- vytváří se reálný stereoskopický model náklony a posuny snímků*

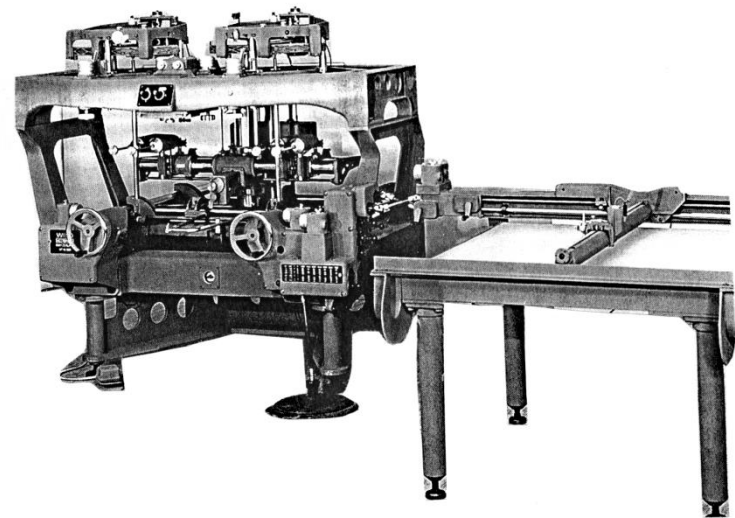
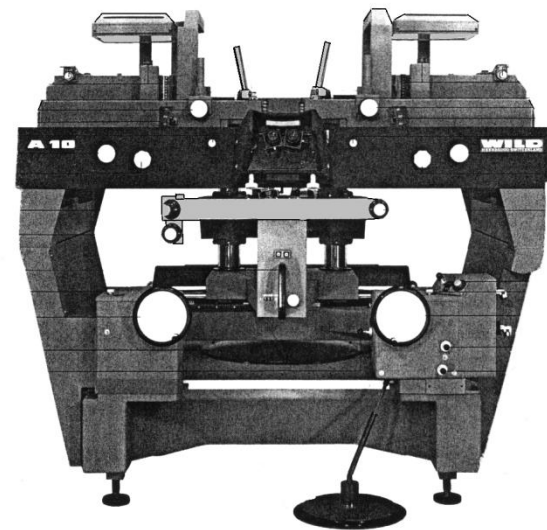
*- poslední modely s podporou výpočetní techniky*

*- ovládají se modelové souřadnice*

*- v současnosti zastaralé*



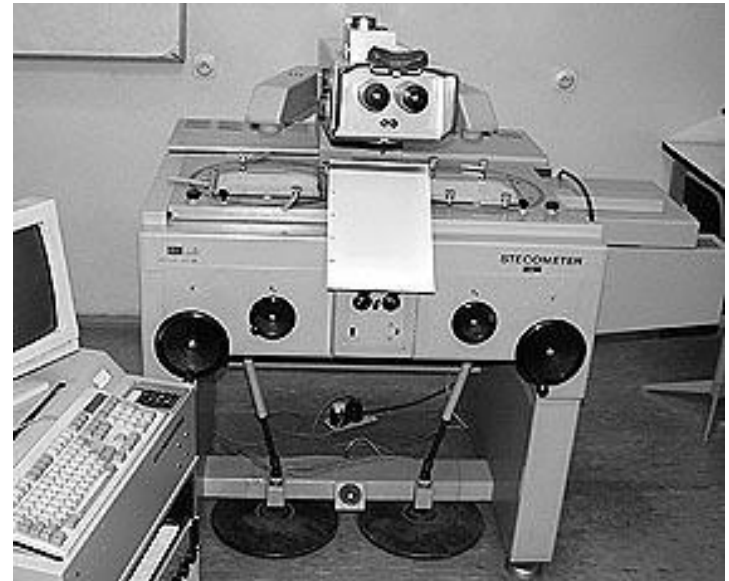
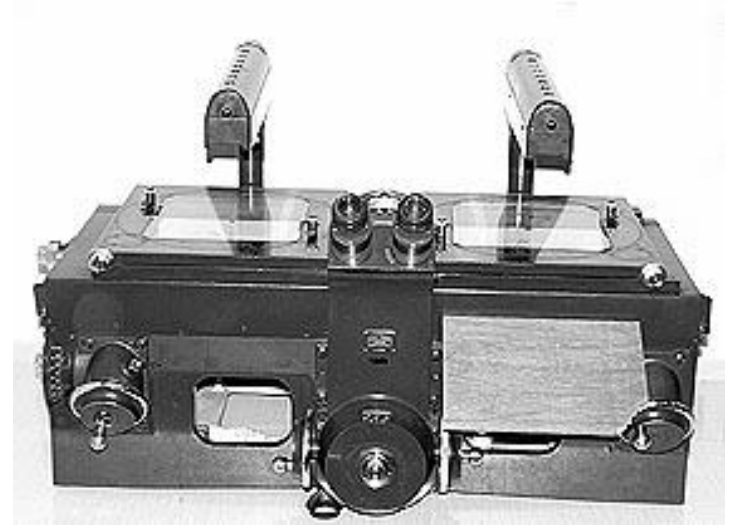
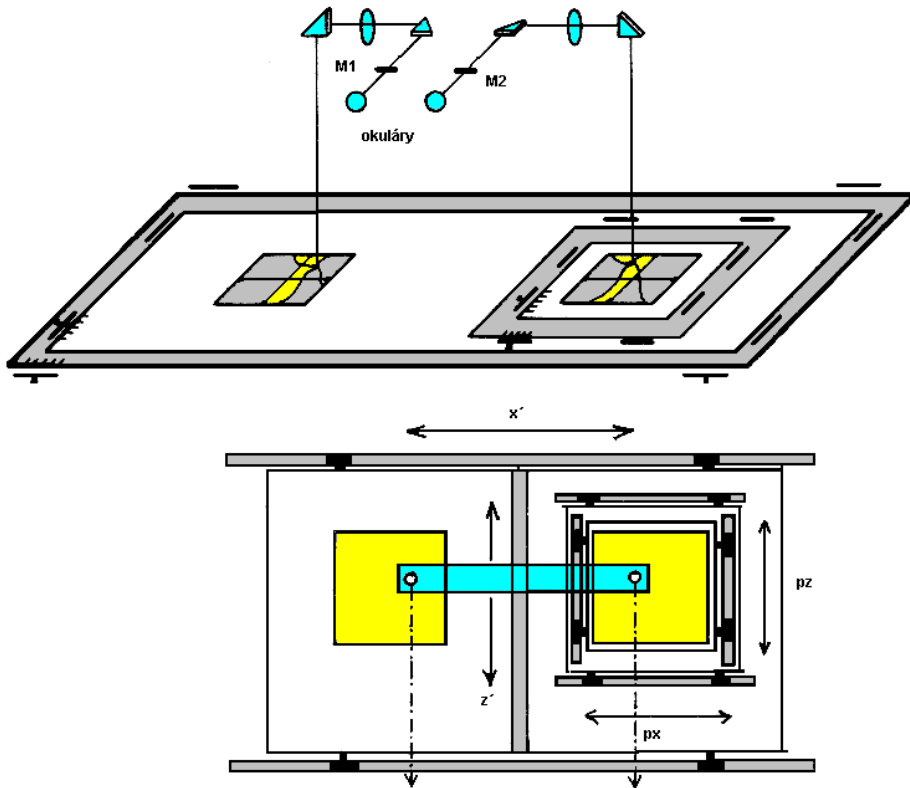
# Analogové stroje



*Stereometrograf, Topokart (Zeiss Jena)*

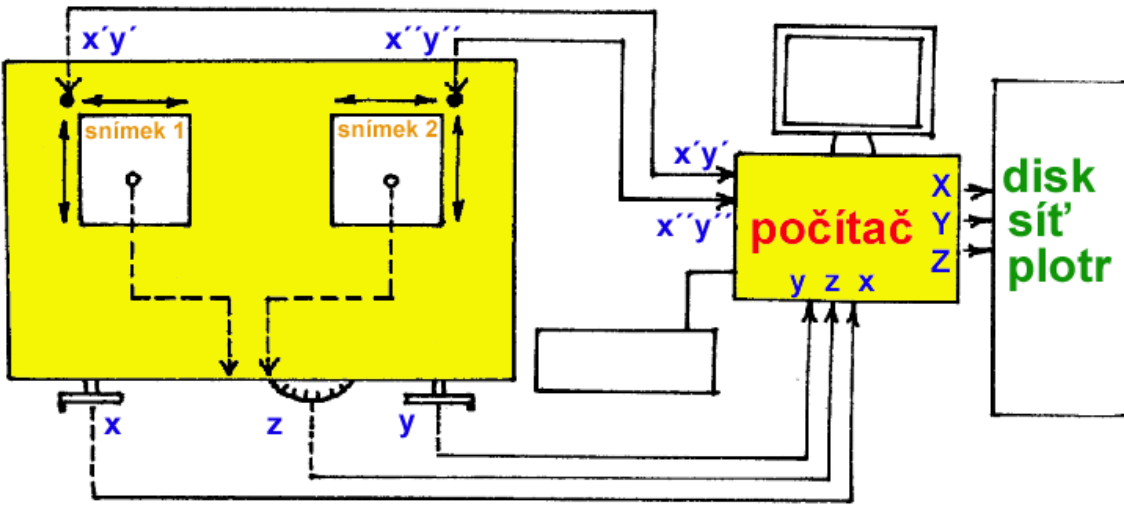
*A-10 a A-7 (Wild)*

# *analogové stroje-komparátory*

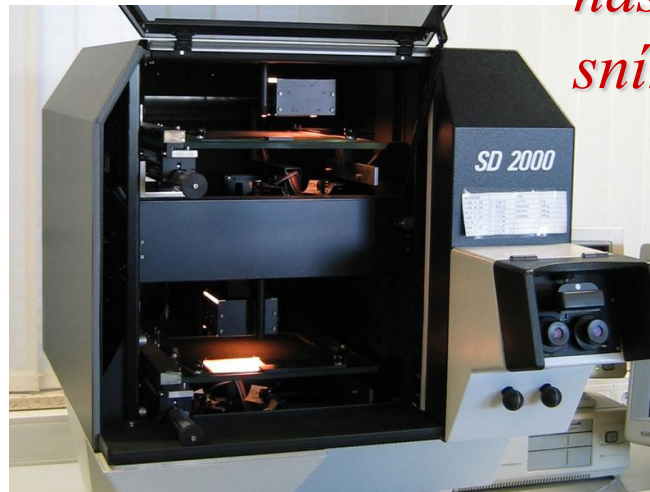


# Analytické stroje

- měří se na skutečných snímcích, nutný počítač
- nevytváří se reálný model
- nepřesnější fm metoda
- ovládají se modelové souřadnice, na počítači se přepočítávají na snímkové
- pojízdné nosiče snímků se nastaví na vypočtené snímkové souřadnice



*BC-1 (Wild, 1985)*



*SD 2000 (Leica, 1995)*





# Početni určení prvků vnější orientace

Relativní orientace – slouží k vytvoření  
stereomodelu,

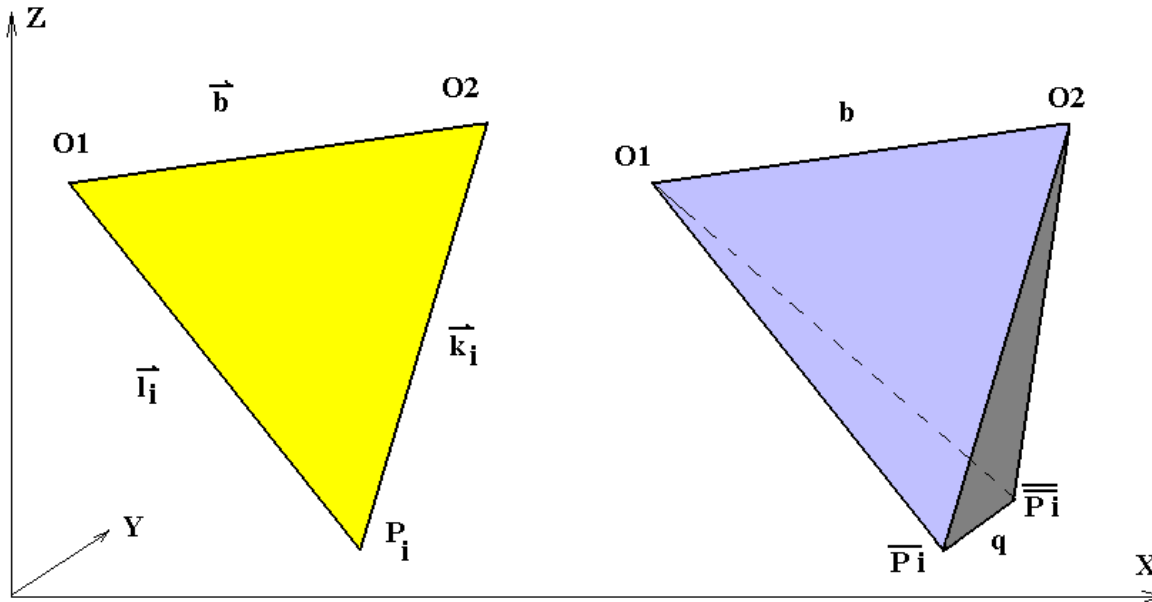
vzájemná orientace snímků vůči sobě

Využívá se obyčejně matematické podmínky:

- Podmínka komplanarity
- Podmínka nulových vertikálních paralax

# Relativní orientace

- Podmínka komplanarity



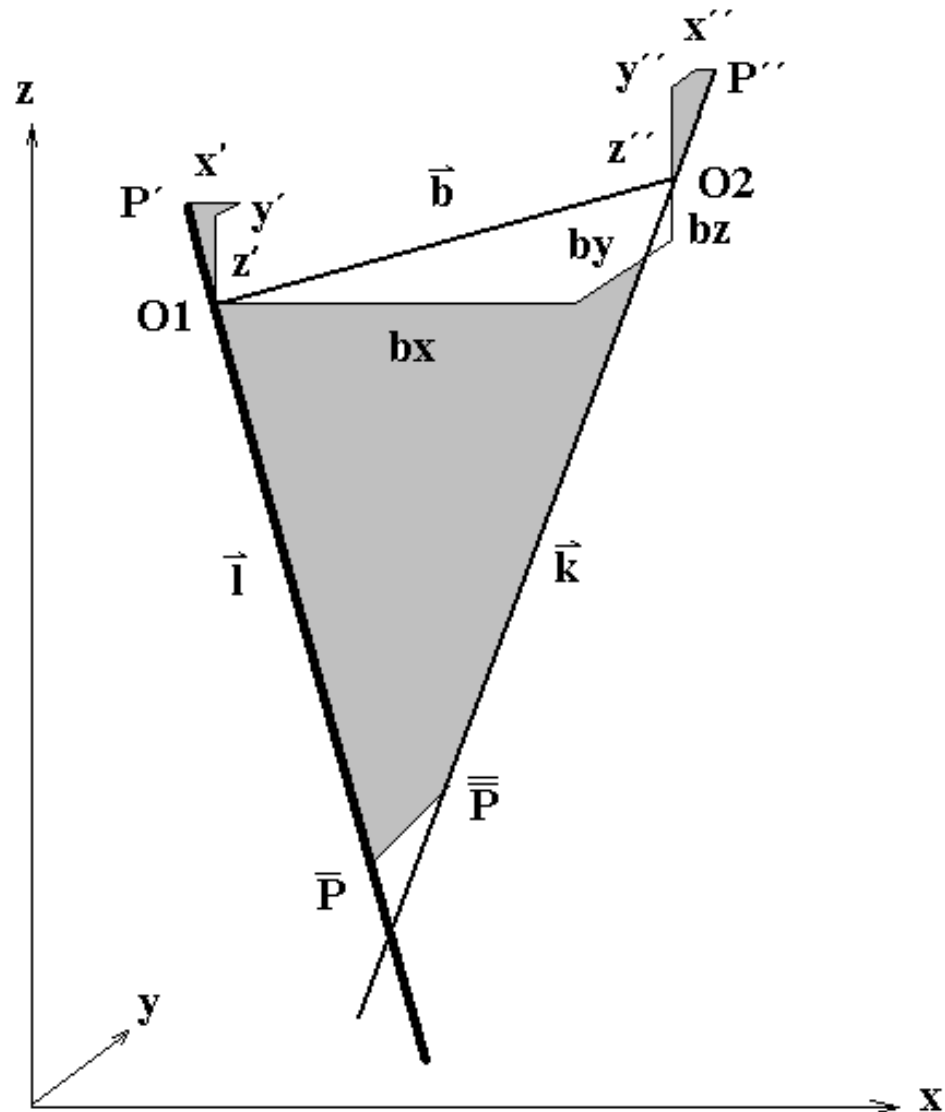
Tři vektory  $b$ ,  $k$ ,  $l$  jsou komplanární právě tehdy, je-li jejich smíšený vektorový součin  $[bkl]=0$ . *To lze zapsat pomocí determinantu takto:*

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ x''_F & y''_F & z''_F \end{vmatrix} = 0$$

kde  $b_x, b_y, b_z$  jsou složky základny a  $x'_F, y'_F, z'_F, x''_F, y''_F, z''_F$  jsou složky vektorů bodu P ze středu promítání nebo-li fiktivní svislé souřadnice

# Podmínka komplanarity

Podmínka říká, že objem rovnoběžnostěnu (tetraedru), vytvořeného ze tří vektorů  $b$ ,  $k$ ,  $l$  vycházející z jednoho bodu, tj. daného body  $O_1$  a  $O_2$  (středy promítání) a bodem  $P$ , který je vlivem vertikální paralaxy rozdělen na body musí být při splnění podmínek relativní orientace nulový.



# Podmínka komplanarity

- Mat. vztah se podstatně zjednoduší pro přibližně svislé snímky - nahradíme geodetické souřadnice  $X, Y, Z$  modelovými souřadnicemi svislého snímku  $x, y, z$  a zavedeme místo orientačních elementů jejich diferenciální velikosti .

$$x = x_0 + (z - z_0) \frac{r_{11}(x' - x'_0) + r_{12}(y' - y'_0) - r_{13}f}{r_{31}(x' - x'_0) + r_{32}(y' - y'_0) - r_{33}f}$$

$$y = y_0 + (z - z_0) \frac{r_{21}(x' - x'_0) + r_{22}(y' - y'_0) - r_{23}f}{r_{31}(x' - x'_0) + r_{32}(y' - y'_0) - r_{33}f}$$

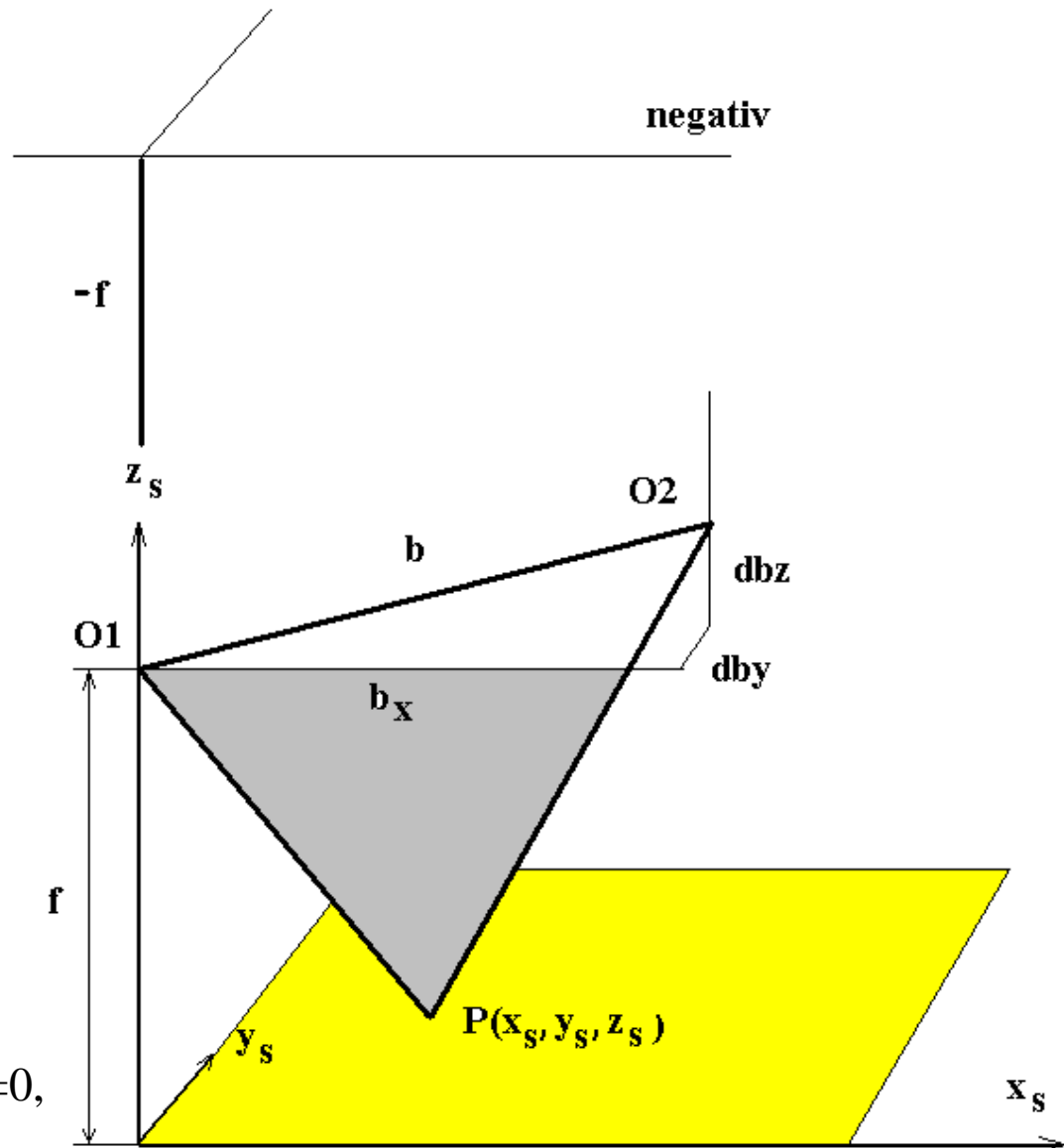
$$d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & -d\kappa & d\varphi \\ d\kappa & 1 & -d\omega \\ -d\varphi & d\omega & 1 \end{pmatrix}$$

Další odvození lze provést např. za využití systému ideálně svislého snímku

$$\omega = d\omega, \quad \varphi = d\varphi, \quad \kappa = d\kappa, \quad x_0 = y_0 = x_{01} = y_{01} = 0,$$

$$x_{02} = b_x, \quad y_{02} = db_z, \quad z_{02} = z_{01} + db_z,$$

$$|f| = z_{01}$$



# Početni určení prvků vnější orientace

$$x'_s = -f \frac{x' - y'd\kappa' - fd\varphi'}{-x'd\varphi' + y'd\omega' - f} \quad y'_s = -f \frac{x'd\kappa' + y' + fd\omega'}{-x'd\varphi' + y'd\omega' - f}$$

Po vydělení konstantou (-f)

$$x'_s = -f \frac{-\frac{x'}{f} + \frac{y'd\kappa'}{f} + d\varphi'}{1 + \frac{x'd\varphi'}{f} - \frac{y'd\omega'}{f}} \quad y'_s = -f \frac{-\frac{x'd\kappa'}{f} - \frac{y'}{f} - d\omega'}{1 + \frac{x'd\varphi'}{f} - \frac{y'd\omega'}{f}}$$

Rozvoj řady  $1/(1+x) = 1 - x + x^2 \dots$

$$x'_s = -f \left( -\frac{x'}{f} + \frac{x'^2}{f^2} d\varphi' - \frac{x'y'}{f^2} d\omega' + \frac{y'}{f} d\kappa' + d\varphi' \right)$$

$$y'_s = -f \left( -\frac{y'}{f} - \frac{y'^2}{f^2} d\omega' + \frac{x'y'}{f^2} d\varphi' - \frac{x'}{f} d\kappa' - d\omega' \right)$$

$$x'_s = f \left( \frac{x'}{f} - \left(1 + \frac{x'^2}{f^2}\right) d\varphi' + \frac{x'y'}{f^2} d\omega' - \frac{y'}{f} d\kappa' \right)$$

$$y'_s = f \left( \frac{y'}{f} - \frac{x'y'}{f^2} d\varphi' + \left(1 + \frac{y'^2}{f^2}\right) d\omega' + \frac{x'}{f} d\kappa' \right)$$

Pro druhý snímek:

$$x''_s = b_x'' + (f + db_z'') \left( \frac{x''}{f} - \left(1 + \frac{x''^2}{f^2}\right) d\varphi'' + \frac{x''y''}{f^2} d\omega'' - \frac{y''}{f} d\kappa'' \right)$$

$$y''_s = db_y'' + (f + db_z'') \left( \frac{y''}{f} - \frac{x''y''}{f^2} d\varphi'' + \left(1 + \frac{y''^2}{f^2}\right) d\omega'' + \frac{x''}{f} d\kappa'' \right)$$

# Početni určení prvků vnější orientace

Má platit:

$$y'_s - y''_s = 0$$

Dosazením a zanedbáním součinů  
diferenciálně malých hodnot  
(platí pro přibližně svislé  
snímky) dostaneme:

$$0 = db''_y + \frac{y''}{f} db''_z + f \left( \frac{y'' - y'}{f} + \frac{x'y'}{f^2} d\varphi' - \frac{x''y''}{f^2} d\varphi'' - \left(1 + \frac{y'^2}{f^2}\right) d\omega' + \left(1 + \frac{y''^2}{f^2}\right) d\omega'' - \frac{x'}{f} d\kappa' + \frac{x''}{f} d\kappa'' \right)$$

Výsledný výraz obdržíme po  
dosazení vertikální paralaxy  $q$

$$q = db''_y + \frac{y''}{f} db''_z + \frac{x'y'}{f} d\varphi' - \frac{x''y''}{f} d\varphi'' - \left(f + \frac{y'^2}{f}\right) d\omega' + \left(f + \frac{y''^2}{f}\right) d\omega'' - x' d\kappa' + x'' d\kappa''$$

# Podmínka nulových vertikálních paralax

- Vertikální paralaxy jednotlivých bodů ve stereoskopickém modelu mají být rovny nule; pokud není relativní orientace provedena, vznikající model má na libovolných bodech vertikální paralaxy.
- Při odvození vyjdeme z transformačního vztahu obecně skloněného snímku na snímek svislý:

$$x'_s = -f \frac{r_{11}x' + r_{12}y' - r_{13}f}{r_{31}x' + r_{32}y' - r_{33}f}, \quad y'_s = -f \frac{r_{21}x' + r_{22}y' - r_{23}f}{r_{31}x' + r_{32}y' - r_{33}f}$$

- Pro malé úhly a po zavedení diferenciálně malých oprav složek základny lze zapsat tyto rovnice pomocí fotogrammetrických řad

$$\Delta x' = x'_s - x' = -y' d\kappa' - \left( f + \frac{x'^2}{f} \right) d\varphi' + \frac{x' y'}{f} d\omega' + db'_x + \frac{x'}{f} db'_z$$
$$\Delta y' = y'_s - y' = x' d\kappa' - \frac{x' y'}{f} d\varphi' + \left( f + \frac{y'^2}{f} \right) d\omega' + db'_y + \frac{y'}{f} db'_z$$

$$y'_s - y'_s = y' + \Delta y' - y'' - \Delta y''$$

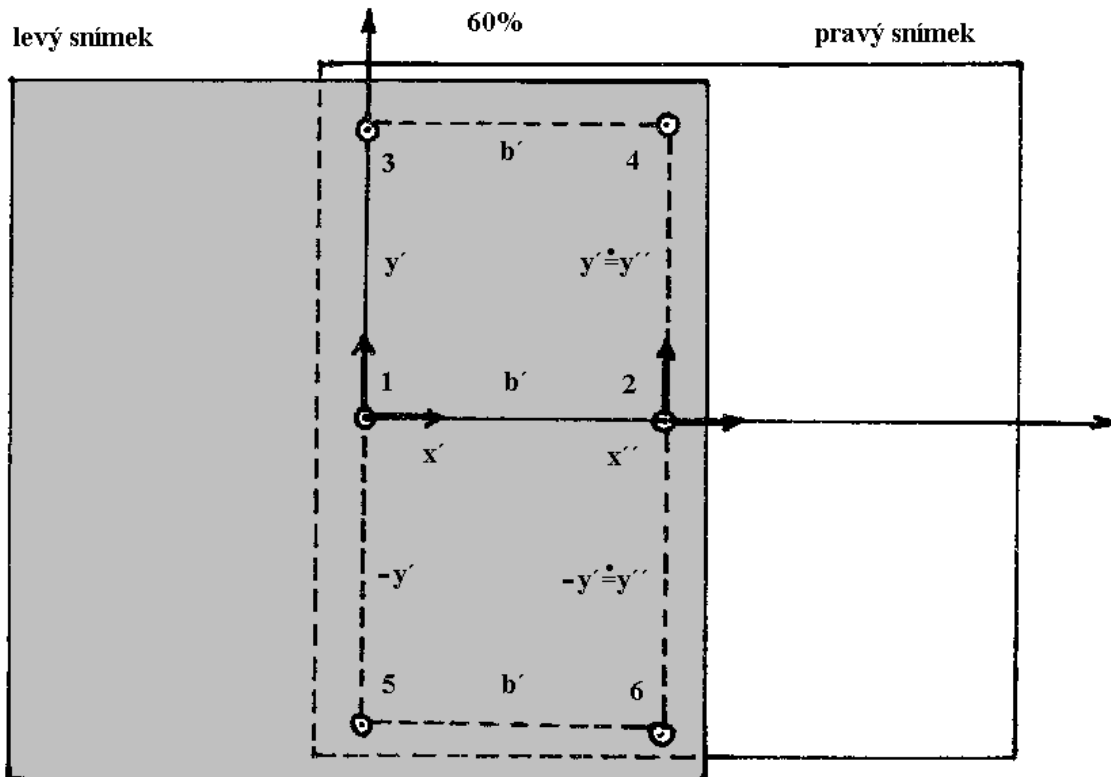
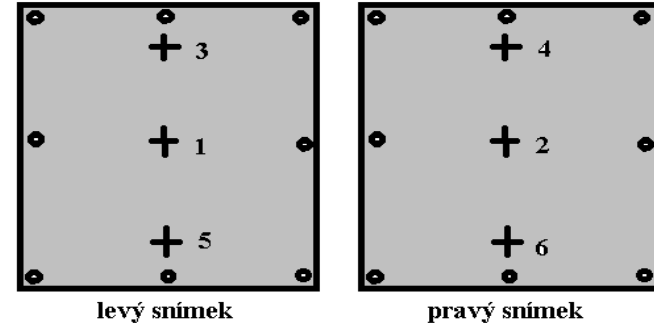
$$0 = q + \Delta y' - \Delta y''$$

- Po dosazení dostaneme podmínkovou rovnici, kde můžeme pro relativní orientaci volit celkem pět neznámých libovolně. Podle toho, jaké neznámé volíme jako určované, rozlišujeme dva klasické způsoby

$$0 = q + x' d\kappa' - \frac{x' y'}{f} d\varphi' + \left( f + \frac{y'^2}{f} \right) d\omega' + db'_y + \frac{y'}{f} db'_z - x'' d\kappa'' + \frac{x'' y''}{f} d\varphi'' - \left( f + \frac{y''^2}{f} \right) d\omega'' - db''_y - \frac{y''}{f} db''_z$$

# Relativní orientace dvojice

- -založeno na spojovacích (orientačních) bodech
- Gruberovo schéma





- Relativní orientace nezávislé dvojice

$$0 = q + x'd\kappa' - x'd\kappa'' - \frac{x'y'}{f}d\varphi' + \frac{x'y'}{f}d\varphi'' + \left( f + \frac{y'^2}{f} \right) \Delta\omega$$

Jako určované neznámé se volí rotace  $d\kappa', d\varphi', d\kappa'', d\varphi'', \Delta\omega = d\omega' - d\omega''$ .

orientační bod	levý snímek x'	levý snímek y'	pravý snímek x''	pravý snímek y''
1	0	0	-b'	0
2	+b'	0	0	0
3	0	+y'	-b'	+y'
4	+b'	+y'	0	+y'
5	0	-y'	-b'	-y'
6	+b'	-y'	0	-y'

- Relativní orientace nezávislé dvojice

$$0 = q + x'd\kappa' - x'd\kappa'' - \frac{x'y'}{f}d\varphi' + \frac{x'y'}{f}d\varphi'' + \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega$$

- Soustava rovnic - po dosazení z tabulky

$$0 = q_1 + b'd\kappa'' + f\Delta\omega$$

$$0 = q_2 + b'd\kappa' + f\Delta\omega$$

$$0 = q_3 + b'd\kappa'' - \frac{b'y'}{f}d\varphi'' + \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega$$

$$0 = q_4 + b'd\kappa' - \frac{b'y'}{f}d\varphi' + \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega$$

$$0 = q_5 + b'd\kappa'' + \frac{b'y'}{f}d\varphi'' + \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega$$

$$0 = q_6 + b'd\kappa' + \frac{b'y'}{f}d\varphi' + \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega$$

# Řešení

- Sečtením 3 až 6 rovnice a odečtením dvojnásobku součtu 1 a 2 rovnice získáme rozdíl příčných úhlů sklonu levého a pravého snímku

$$0 = q_3 + q_4 + q_5 + q_6 - 2q_1 - 2q_2 + \frac{4y'^2}{f} \Delta\omega$$

- $$\Delta\omega = -\frac{f}{4y'^2} \rho'(q_3 + q_4 + q_5 + q_6 - 2q_1 - 2q_2)$$
- b) Odečtením páté rovnice od třetí rovnice získáme podélný sklon pravého snímku:

$$0 = q_3 - q_5 - \frac{2b'y'}{f} d\varphi''$$

- $$d\varphi'' = \frac{f\rho'}{2b'y'}(q_3 - q_5)$$

- c) Odečtením šesté rovnice od čtvrté rovnice získáme podélný sklon levého snímku:

$$0 = q_4 - q_6 - \frac{2b'y'}{f} d\varphi'$$

- $$d\varphi' = \frac{f\rho'}{2b'y'}(q_4 - q_6)$$

- d) Z první rovnice určíme pootočení pravého snímku:

$$d\kappa'' = -\frac{1}{b'}(q_1\rho' + f\Delta\omega)$$

- e) Z druhé rovnice určíme pootočení levého snímku:

- $$d\kappa' = -\frac{1}{b'}(q_2\rho' + f\Delta\omega)$$

- Relativní orientace pro připojení snímku

$$0 = q - x'' d\kappa'' + \frac{x'' y''}{f} d\varphi'' - \left( f + \frac{y''^2}{f} \right) d\omega'' - db_y'' - \frac{y''}{f} db_z''$$

- Soustava rovnic - po dosazení z tabulky

$$0 = q_1 + b' d\kappa'' - f d\omega'' - db_y''$$

$$0 = q_2 - f d\omega'' - db_y''$$

$$0 = q_3 + b' d\kappa'' - \frac{b' y''}{f} d\varphi'' - f d\omega'' - \frac{y''^2}{f} d\omega'' - db_y'' - \frac{y''}{f} db_z''$$

$$0 = q_4 - f d\omega'' - \frac{y''^2}{f} d\omega'' - db_y'' - \frac{y''}{f} db_z''$$

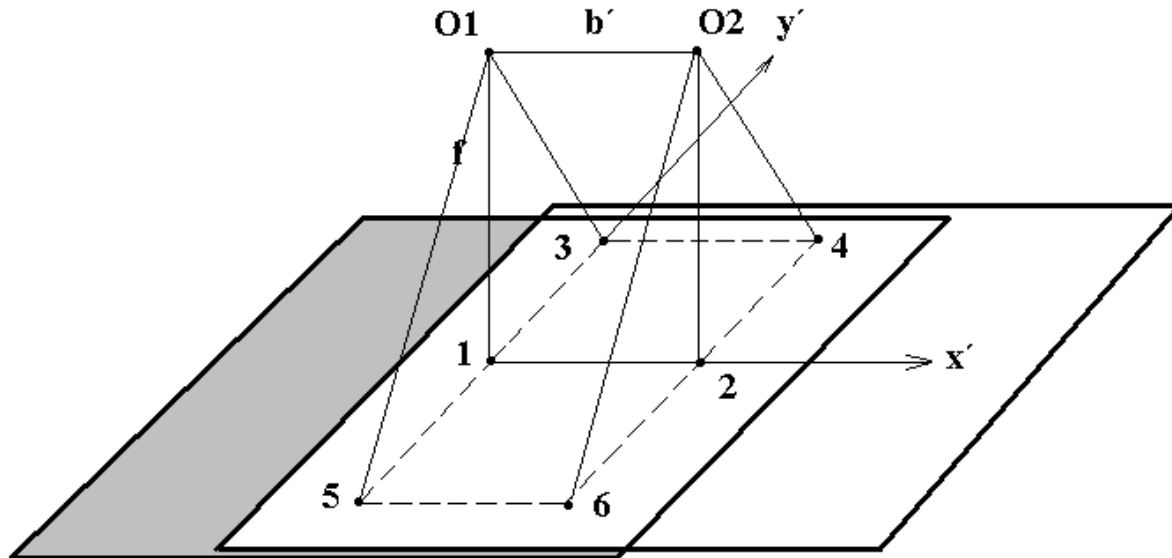
$$0 = q_5 + b' d\kappa'' + \frac{b' y''}{f} d\varphi'' - f d\omega'' - \frac{y''^2}{f} d\omega'' - db_y'' + \frac{y''}{f} db_z''$$

$$0 = q_6 - f d\omega'' - \frac{y''^2}{f} d\omega'' - db_y'' + \frac{y''}{f} db_z''$$

# Relativní orientace v rovinatém území s vyrovnáním

- Hallertova metoda

$$v_q = -x'd\kappa' + x''d\kappa'' + \frac{x'y'}{f}d\varphi' - \frac{x''y''}{f}d\varphi'' - \left(f + \frac{y'^2}{f}\right)\Delta\omega - q$$



# Relativní orientace v rovinatém území s vyrovnáním

- Hallertova metoda

oprava	$dk'$	$dk''$	$d\phi'$	$d\phi''$	$\Delta\omega$	paralaxa
$v_1$	0	$-b'$	0	0	$-f$	$-q_1$
$v_2$	$-b'$	0	0	0	$-f$	$-q_2$
$v_3$	0	$-b'$	0	$y'b'/f$	$-(f+y'^2/f)$	$-q_3$
$v_4$	$-b'$	0	$y'b'/f$	0	$-(f+y'^2/f)$	$-q_4$
$v_5$	0	$-b'$	0	$-y'b'/f$	$-(f+y'^2/f)$	$-q_5$
$v_6$	$-b'$	0	$-y'b'/f$	0	$-(f+y'^2/f)$	$-q_6$

Řešení v maticovém zápisu přejde na tvar:  $\mathbf{l} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}, \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}$

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A}) \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \mathbf{l} \text{ nebo}$$

$$\mathbf{N} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{n}$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{l}$$

# Relativní orientace v rovinatém území s vyrovnáním

- Hallertova metoda - po vyrovnání máme konečné vzorce !

$$dk' = - \frac{\left( q_1 \left( 6f + 4y'^2 \right) + q_2 \left( 6f + 8y'^2 \right) - (q_3 + q_5) \left( 3f^2 + 2y'^2 \right) - (q_4 + q_6) \left( 3f^2 - 2y'^2 \right) \right)}{12b'y'^2}$$

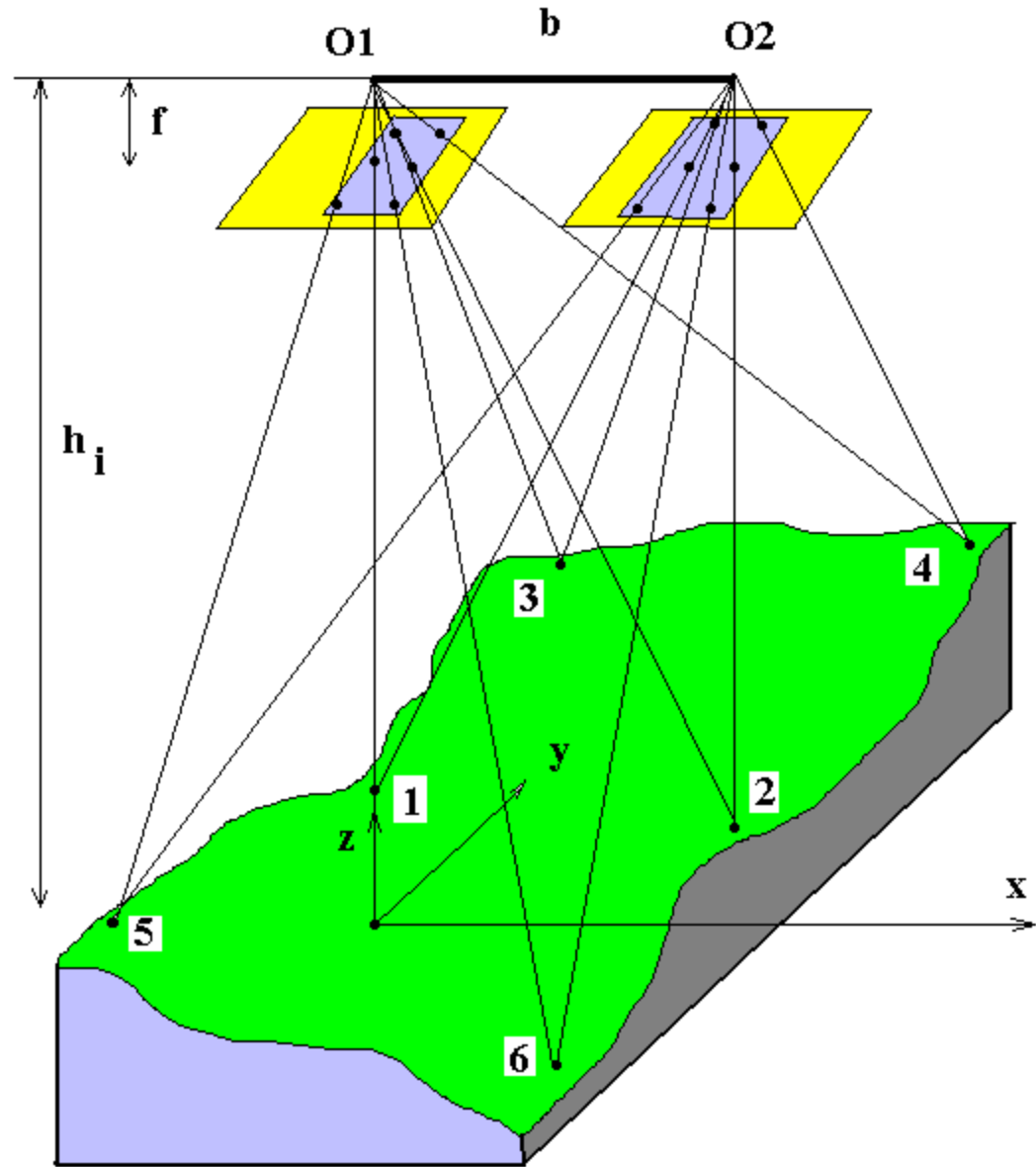
$$dk'' = - \frac{\left( q_1 \left( 6f + 8y'^2 \right) + q_2 \left( 6f + 4y'^2 \right) - (q_3 + q_5) \left( 3f^2 - 2y'^2 \right) - (q_4 + q_6) \left( 3f^2 + 2y'^2 \right) \right)}{12b'y'^2}$$

$$d\varphi' = \frac{f\rho'}{2b'y'} (q_4 - q_6)$$

$$d\varphi'' = \frac{f\rho'}{2b'y'} (q_3 - q_5), \quad \Delta\omega = - \frac{f}{4y'^2} \rho' (q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + -2q_1 - 2q_2)$$

# Relativní orientace v horském území s vyrovnáním

- Jerieho metoda





# Relativní orientace v horském území s vyrovnáním

- Pro správné rozložení orientačních bodů je nutno vzít v úvahu jejich nadmořské výšky.

oprava	$d\kappa'$	$d\kappa''$	$d\varphi'$	$d\varphi''$	$\Delta\omega$	paralaxa
$v_1$	0	$-b'$	0	0	$h_1$	$-q_1$
$v_2$	$-b'$	0	0	0	$h_2$	$-q_2$
$v_3$	0	$-b'$	0	$b'r$	$h_3R$	$-q_3$
$v_4$	$-b'$	0	$b'r$	0	$h_4R$	$-q_4$
$v_5$	0	$-b'$	0	$-b'r$	$h_5R$	$-q_5$
$v_6$	$-b'$	0	$-b'r$	0	$h_6R$	$-q_6$

$$r = \frac{|y_i|}{h_i} = \frac{y'}{f}, R = 1 + r^2$$

# Relativní orientace v horském území s vyrovnáním

- řešení

$$d\kappa' = \frac{h_2 + h_4 R + h_6 R}{3b'} \Delta\omega - \frac{q_2 + q_4 + q_6}{3b'}$$

$$d\kappa'' = \frac{h_1 + h_3 R + h_5 R}{3b'} \Delta\omega - \frac{q_1 + q_3 + q_5}{3b'}$$

$$d\varphi' = \frac{R(h_6 - h_4)}{2b'r} \Delta\omega + \frac{q_4 - q_6}{2b'r}, \quad d\varphi'' = \frac{R(h_5 - h_3)}{2b'r} \Delta\omega + \frac{q_3 - q_5}{2b'r}$$

$$\Delta\omega = \frac{(-2h_1 + h_3 R + h_5 R)(2q_1 - q_3 - q_5) + (-2h_2 + h_4 R + h_6 R)(2q_2 - q_4 - q_6)}{(-2h_1 + h_3 R + h_5 R)^2 + (-2h_2 + h_4 R + h_6 R)^2}$$

# Neřešitelnost relativní orientace

Vychází se z Jerieho metody:

$$2h_1 = h_3R + h_5R \quad \wedge \quad 2h_2 = h_4R + h_6R$$

-vrcholová rovnice kružnice z analytické geometrie

$$y^2 = 2rx - x^2$$

kde  $x, y$  jsou rovinné souřadnice a  $r$  je poloměr a upravíme-li tuto rovnici dle výrazu nahoře, dostaneme vyjádření:

$$y_F^2 = 2rh - h^2$$

Pokud rozvedeme horní vztah na základě  $r = \frac{|y_i|}{h_i} = \frac{y'}{f}$ ,  $R = 1 + r^2$ ,

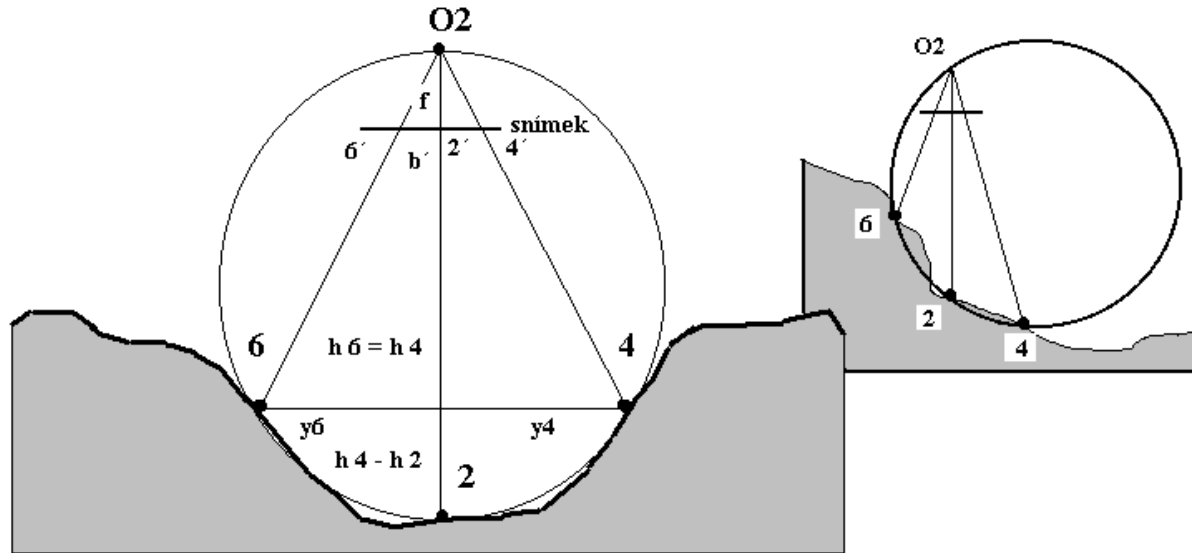
dostaneme pro Gruberovy body 2,4,6 (a obdobně 1,3,5):

$$h_2 = h_4R = h_6R \Rightarrow h_4(1 + r^2) = h_6(1 + r^2) \Rightarrow h_4\left(1 + \frac{y_{F4}^2}{h_4^2}\right) = h_6\left(1 + \frac{y_{F6}^2}{h_6^2}\right)$$

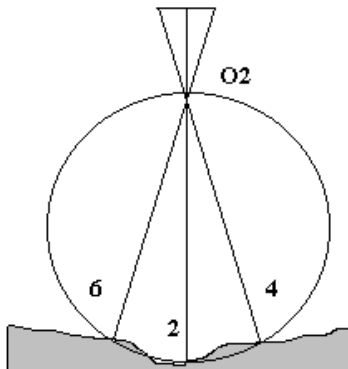
$$y_{F4}^2 = h_4(h_2 - h_4), y_{F6}^2 = h_6(h_2 - h_6)$$

# Neřešitelnost relativní orientace

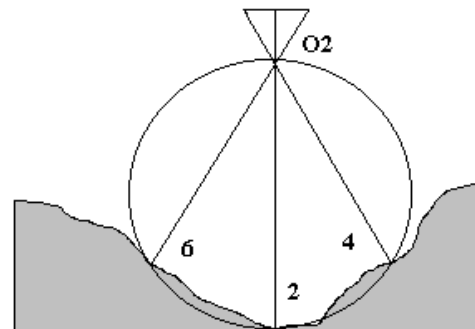
- Nebezpečná kružnice



dlouhoohniskový objektiv



širokoúhlý objektiv



# Absolutní orientace

- transformační vztah mezi modelovými a geodetickými souřadnicemi

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + m \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

kde  $X, Y, Z$  jsou geodetické souřadnice,  $X_0, Y_0, Z_0$  jsou geodetické souřadnice počátku soustavy modelových souřadnic  $x, y, z$ ,  $m$  je měřítko modelu a  $\mathbf{R}$  je matice prostorové rotace systému modelových souřadnic v systému geodetických souřadnic, obsahující tři úhly  $\Omega, \Phi, K$ .

# Absolutní orientace

- Podobnostní nebo afinní prostorová transformace:

7 nebo 9 neznámých – nutné 3 vlíčovací body  
(jeden VB dá 3 rovnice)

$$M = \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{pmatrix}$$

# Absolutní orientace

## Výpočet: linearizace vztahu a iterace

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + m \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

- při linearizaci vztahu předpokládáme, že modelové souřadnice  $x$  jsou již přibližně souhlasně orientované s geodetickými souřadnicemi  $X$  (v opačném případě je nutno natočit transformací). **Linearizece:**

$X \approx x = X^o \rightarrow \Omega = d\Omega, \Phi = d\Phi, K = dK, m = 1 + dm, X_p = d X_0$ ,  
kde symbol  $X^o$  znamená přibližné hodnoty pro iterace

$$d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & -dK & d\Phi \\ dK & 1 & -d\Omega \\ -d\Phi & d\Omega & 1 \end{pmatrix}$$

$$m \cdot \mathbf{R} = (1 + dm)d\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 + dm & -dK & d\Phi \\ dK & 1 + dm & -d\Omega \\ -d\Phi & d\Omega & 1 + dm \end{pmatrix} = \mathbf{E} + \begin{pmatrix} dm & -dK & d\Phi \\ dK & dm & -d\Omega \\ -d\Phi & d\Omega & dm \end{pmatrix}$$

# Absolutní orientace

Linearizovaná podoba základního vztahu:

$$\mathbf{X} = d\mathbf{X}_0 + (1 + dm)d\mathbf{R} \cdot \mathbf{X}^0$$

$$X = dX_0 + X^0 dm + Z^0 d\Phi - Y^0 dK + X^0$$

$$Y = dY_0 + Y^0 dm - Z^0 d\Omega + X^0 dK + Y^0$$

$$Z = dZ_0 + Z^0 dm + Y^0 d\Omega - X^0 d\Phi + Z^0$$

Takto linearizované vztahy můžeme použít pro MNČ (zprostředkující měření):

$$v_X = dX_0 + X^0 dm + Z^0 d\Phi - Y^0 dK - (X - X^0)$$

$$v_Y = dY_0 + Y^0 dm - Z^0 d\Omega + X^0 dK - (Y - Y^0)$$

$$v_Z = dZ_0 + Z^0 dm + Y^0 d\Omega - X^0 d\Phi - (Z - Z^0)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}, \quad \mathbf{A}^T \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \mathbf{l}, \quad \hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l}$$



# Prostorová obecná transformace

## Program Transformace (ČVUT)

3DTrans C:\Dokumenty\fm-cv\cviceni\LDfinal.txt

Soubor Nápověda

Číslo bodu	m(0){n-1}	Poměr	Použit
104	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO
106	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO
178	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO
174	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO
103	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO
147	/	/	<input checked="" type="checkbox"/> ANO

Typ transformace

Obecná afinní  
 Podobnostní

Celkový počet bodů : 6

Počet použitých bodů : 6

Střední chyba jednotková  
m(0)

Podezřelý bod :  
xxx

Přepočítat klíč

TRANSFORMOVAT

Nápověda

O programu | Obecná afinní transformace | Sedmiprvková transformace | Vstupní soubor

Program pro výpočet prostorové transformace. Jsou zde dvě možnosti - obecná afinní transformace a prostorová sedmiprvková transformace. Nezávisle na výběru typu transformace je možné na základě výpočtu velikosti střední chyby jednotkové s vyloučením postupně každého bodu vyřadit nevyhovující nebo nepřesně zjištěné body.

Obecná rovnice transformace :

$$\mathbf{X} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{T}$$
$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{pmatrix}, \mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{pmatrix}, \mathbf{R} = \begin{pmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} \end{pmatrix}$$

- Podobnostní
- Afinní

# Přímá lineární transformace (DLT)

- Mimo středového promítání lze užít též jiného matematického modelu, tzv. projektivní geometrii a speciálně *přímou (direktní) lineární transformaci (Direct Linear Transformation)*.

$$x' = x'_0 - f \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = x'_0 - f \frac{\mathbf{i}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}$$
$$y' = y'_0 - f \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = y'_0 - f \frac{\mathbf{j}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}$$

# Přímá lineární transformace (DLT)

- Zavedeme substituci a nové parametry :

$$\hat{a}_i, \hat{b}_i, \hat{c}_i, \text{ kde } i = 1, \dots, 4$$

$$x' = \frac{\hat{a}_1 X + \hat{a}_2 Y + \hat{a}_3 Z + \hat{a}_4}{\hat{c}_1 X + \hat{c}_2 Y + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4}, \quad \hat{a}_1 = x'_0 r_{13} - f \cdot r_{11}, \quad \hat{a}_2 = x'_0 r_{23} - f \cdot r_{21}, \quad \hat{a}_3 = \dots$$

$$y' = \frac{\hat{b}_1 X + \hat{b}_2 Y + \hat{b}_3 Z + \hat{b}_4}{\hat{c}_1 X + \hat{c}_2 Y + \hat{c}_3 Z + \hat{c}_4}$$

Dále vydělíme rovnice konstantou  $\hat{c}_4$

$$x' = \frac{a_1 X + a_2 Y + a_3 Z + a_4}{c_1 X + c_2 Y + c_3 Z + 1} = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{X} + a_4}{\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1}$$

$$y' = \frac{b_1 X + b_2 Y + b_3 Z + b_4}{c_1 X + c_2 Y + c_3 Z + 1} = \frac{\mathbf{b}^T \mathbf{X} + b_4}{\mathbf{c}^T \mathbf{X} + 1}$$

# Přímá lineární transformace (DLT)

- V původní projektivní transformaci vystupuje celkem devět neznámých vnitřní a vnější orientace; koeficientů  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  je ale celkem jedenáct. Dle matematických pravidel tedy musíme dorovnat počet parametrů tak, že do rovnice (10.1) přidáme další dvě neznámé, např. změnu měřítek os  $m$  a dále nekolmost os  $\lambda$ . Dostaneme rovnice **rozšířené projektivní transformace** s jedenácti parametry:

$$x' = x'_0 - f \frac{\mathbf{i}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}$$

$$y' = y'_0 - \lambda \cdot f \frac{\mathbf{i}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)} - m \cdot f \frac{\mathbf{j}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}{\mathbf{k}^T(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)}$$

# Přímá lineární transformace (DLT)

- Exaktní maticové řešení

$$\mathbf{a} = \frac{f \cdot \mathbf{i} - x_0 \mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0}, \mathbf{b} = \frac{\lambda \cdot f \cdot \mathbf{i} + m \cdot f \cdot \mathbf{j} - y_0 \mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0}, \mathbf{c} = -\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0},$$

$$a_4 = x_0 - \frac{f \cdot \mathbf{i}^T \mathbf{X}_0}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0}, b_4 = y_0 - \frac{f \cdot (\lambda \cdot \mathbf{i} + m \cdot \mathbf{j})^T \mathbf{X}_0}{\mathbf{k}^T \mathbf{X}_0},$$

- Lze vyjádřit dále parametry DLT:

$$x_0 = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}, y_0 = \frac{\mathbf{b}^T \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}, f^2 = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{a}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}} - \left( \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{c}}{\mathbf{c}^T \mathbf{c}} \right)^2, p = \sqrt{\mathbf{c}^T \mathbf{c}}, m = -\frac{\det[\mathbf{abc}]}{p^3 \cdot f^2},$$

$$\lambda = \frac{(\mathbf{a}^T \mathbf{b})(\mathbf{c}^T \mathbf{c}) - (\mathbf{a}^T \mathbf{c})(\mathbf{b}^T \mathbf{c})}{(\mathbf{a}^T \mathbf{a})(\mathbf{c}^T \mathbf{c}) - (\mathbf{a}^T \mathbf{c})^2}, \quad \mathbf{X}_0 = (\mathbf{abc})^{-1} \begin{pmatrix} -a_4 \\ -b_4 \\ -1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{pmf} \begin{pmatrix} m & 0 & -mx_0 \\ -\lambda & 1 & \lambda \cdot x_0 - my_0 \\ 0 & 0 & -mf \end{pmatrix} (\mathbf{abc})^T$$

# Přímá lineární transformace (DLT)

- Rovnice oprav:  $x' = a_1X + a_2Y + a_3Z + a_4 - c_1Xx' - c_2Yx' - c_3Zx'y$   
 $y' = b_1X + b_2Y + b_3Z + b_4 - c_1Xy' - c_2Yy' - c_3Zy'$

$$v_{x'} = a_1X + a_2Y + a_3Z + a_4 - c_1Xx' - c_2Yx' - c_3Zx'y - \bar{x}'$$

$$v_{y'} = b_1X + b_2Y + b_3Z + b_4 - c_1Xy' - c_2Yy' - c_3Zy' - \bar{y}'$$

$$\begin{pmatrix} v_{x'_1} \\ v_{y'_1} \\ \dots \\ v_{x'_n} \\ v_{y'_n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x'_1X_1 & -x'_1Y_1 & -x'_1Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 & -y'_1X_1 & -y'_1Y_1 & -y'_1Z_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_n & Y_n & Z_n & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x'_nX_n & -x'_nY_n & -x'_nZ_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_n & Y_n & Z_n & 0 & -y'_nX_n & -y'_nY_n & -y'_nZ_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{x}'_1 \\ \bar{y}'_1 \\ \dots \\ \bar{x}'_n \\ \bar{y}'_n \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_{x'} \\ v_{y'} \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (a_1 - x'c_1) & (a_2 - x'c_2) & (a_3 - x'c_3) \\ (b_1 - y'c_1) & (b_2 - y'c_2) & (b_3 - y'c_3) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \bar{x}' - a_4 \\ \bar{y}' - b_4 \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix}$$

# Přímá lineární transformace (DLT)

- Z minulých rovnic lze vypočítat vše potřebné, napřed jako protínání zpět pro  $n$  vlíčovacích bodů, dále jako prostorové protínání vpřed pro všechny zvolené podrobné nově určované body.
- Nevýhodou je, že potřebuje více nutných vlíčovacích bodů (6). V případě, že jsou známy a neměnné prvky vnitřní orientace, rovnice se zjednoduší, ale přestanou být DLT a přejdou opět v nelineární tvar. Dále může nastat problém, že skalární součin v rovnicích rozšířené proj.transf.může být blízký nebo přímo roven nule. Vlícovací body nesmí ležet v jedné rovině (srovnej s nebezpečnou plochou u řešení relativní orientace). Pokud se tak stane nebo to bude platit přibližně, přestanou být neznámé nezávislé a systém rovnic bude singulární nebo nestabilní.
- DLT lze užít i pro kalibraci komor:

$$d^2 = \frac{1}{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} \quad \begin{aligned} x'_0 &= dx' = (a_1c_1 + a_2c_2 + a_3c_3) \cdot d^2 \\ y'_0 &= dy' = (b_1c_1 + b_2c_2 + b_3c_3) \cdot d^2 \end{aligned}$$

$$f_x = \sqrt{((a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)d^2 - x_0'^2)}$$

$$f_y = \sqrt{((b_1^2 + b_2^2 + b_3^2)d^2 - y_0'^2)}$$

$$f = \frac{f_x + f_y}{2}$$



# Analytické metody

- **Komplexní** (dnešní využívané řešení)

Schmid, 60-tá léta 20.stol., výpočetně náročné

- **Etapové řešení** (zastaralé řešení)

Schut a další, 60 až 80-tá léta 20.stol.,  
výpočetně méně náročné, rozložené na  
kroky

# Komplexní řešení

- Řešení pomocí přímého převodu snímkových souřadnic na geodetické

$$x', y', z' (= -f), \quad x'', y'', z'' (= -f) \quad \rightarrow X, Y, Z$$

-linearizace základního vztahu pomocí Taylorova rozvoje a iterativní výpočet neznámých prvků vnější orientace

$$x' = x'_0 - f \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = x'_0 - f \frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$
$$y' = y'_0 - f \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} = y'_0 - f \frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1^0, \dots, x_n^0) + \left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^0 dx_1 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \right)^0 dx_n$$

# Komplexní řešení

- jednotkou je snímek (měří se snímkové souřadnice)

Postup:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l}$$

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{l}, \quad \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{N}$$

$$\begin{aligned} v_{xij} = & \left( \frac{\partial x'}{\partial X_{0j}} \right)^0 dX_{0j} + \left( \frac{\partial x'}{\partial Y_{0j}} \right)^0 dY_{0j} + \left( \frac{\partial x'}{\partial Z_{0j}} \right)^0 dZ_{0j} + \\ & + \left( \frac{\partial x'}{\partial \omega_j} \right)^0 d\omega_j + \left( \frac{\partial x'}{\partial \varphi_j} \right)^0 d\varphi_j + \left( \frac{\partial x'}{\partial \kappa_j} \right)^0 d\kappa_j + \\ & + \left( \frac{\partial x'}{\partial X_i} \right)^0 dX_i + \left( \frac{\partial x'}{\partial Y_i} \right)^0 dY_i + \left( \frac{\partial x'}{\partial Z_i} \right)^0 dZ_i - (x'_{ij} - x'_{ij}{}^0) \end{aligned}$$

# Komplexní řešení

- Parciální derivace (dle všech proměnných a jako podíl!)

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial X_0}\right) = -\frac{f(r_{13}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X} - r_{11}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial X_0}\right) = -\frac{f(r_{13}\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X} - r_{12}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial Y_0}\right) = -\frac{f(r_{23}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X} - r_{21}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial Y_0}\right) = -\frac{f(r_{23}\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X} - r_{22}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial Z_0}\right) = -\frac{f(r_{33}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X} - r_{31}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial Z_0}\right) = -\frac{f(r_{33}\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X} - r_{32}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial X}\right) = -\frac{f(r_{11}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{13}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial X_0}\right) = -\frac{f(r_{12}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{13}\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial Y}\right) = -\frac{f(r_{21}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{23}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial Y}\right) = -\frac{f(r_{22}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{23}\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial Z}\right) = -\frac{f(r_{31}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{33}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial Z}\right) = -\frac{f(r_{32}\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} - r_{33}\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X})}{(\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X})^2}$$

# Komplexní řešení

- Parciální derivace - derivace podílu výrazů s goniometrickými funkcemi

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial \omega}\right) = -\frac{f\left\{\left(r_{33}(Y-Y_0) - r_{23}(Z-Z_0)\right)\frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}} - \left(r_{31}(Y-Y_0) + r_{21}(Z-Z_0)\right)\right\}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

$$\left(\frac{\partial y'}{\partial \omega}\right) = -\frac{f\left\{\left(r_{33}(Y-Y_0) - r_{23}(Z-Z_0)\right)\frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}} - \left(r_{32}(Y-Y_0) + r_{22}(Z-Z_0)\right)\right\}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial \varphi}\right) = \frac{f\left\{\left(\mathbf{R}_1 \cdot \cos \kappa - \mathbf{R}_2 \cdot \sin \kappa\right)\frac{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}} + \mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} \cos \kappa\right\}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

$$\left(\frac{\partial y'}{\partial \varphi}\right) = \frac{f\left\{\left(\mathbf{R}_1 \cdot \cos \kappa - \mathbf{R}_2 \cdot \sin \kappa\right)\frac{\mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}} + \mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X} \sin \kappa\right\}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

$$\left(\frac{\partial x'}{\partial \kappa}\right) = -\frac{f \mathbf{R}_2 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}, \quad \left(\frac{\partial y'}{\partial \kappa}\right) = -\frac{f \mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{X}}{\mathbf{R}_3 \cdot \mathbf{X}}$$

# Komplexní řešení

- Problém: vyčíslení parciálních derivací v matici  $\mathbf{A}$  – nutno znát přibližné hodnoty neznámých!
- Speciální tvar zápisu:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{x}_1 + \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{x}_2 - \mathbf{l} \quad \leftrightarrow \quad (\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} - \mathbf{l})$$

kde  $\mathbf{x}_1^T = (d\omega_j, d\phi_j, d\kappa_j, dX_{0j}, dY_{0j}, dZ_{0j})$ ,  $\mathbf{x}_2^T = (dX_i, dY_i, dZ_i)$ ,  $\mathbf{v}^T = (v_x^{ij}, v_y^{ij})$ ,  
 $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2$  jsou matice koeficientů pro prvky vnější orientace a pro určované body.

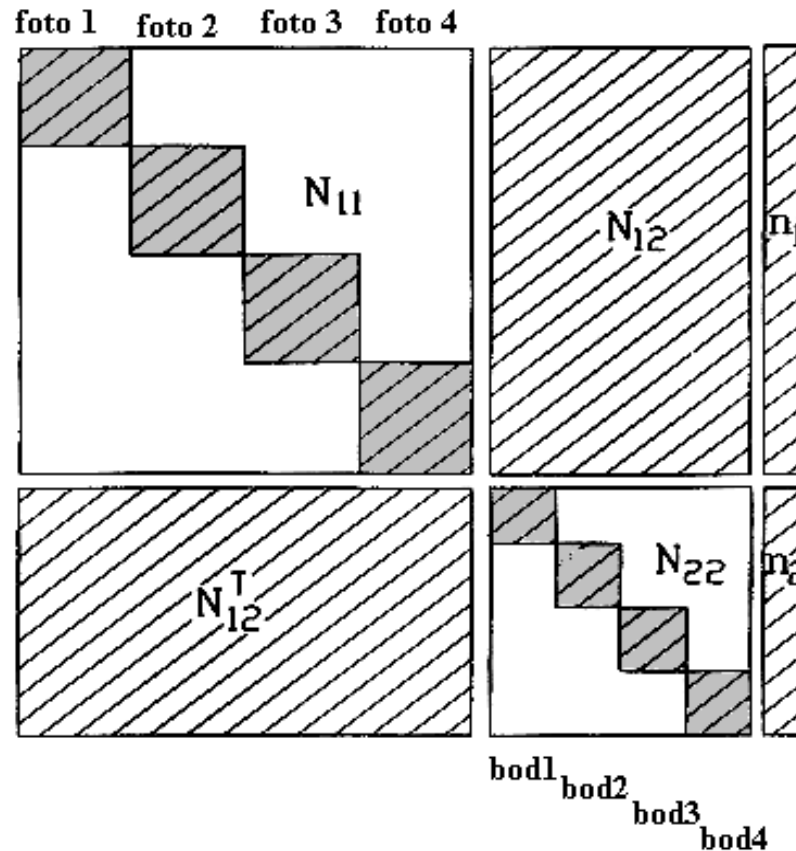
$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \mathbf{l} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{N} \quad \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{l} = \mathbf{n}$$

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{n}$$

# Komplexní řešení

• Speciální řešení 
$$\begin{pmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{12}^T & \mathbf{N}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \end{pmatrix}$$

$$\left( \mathbf{N}_{11} - \mathbf{N}_{12} \cdot \mathbf{N}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{N}_{12}^T \right) \mathbf{x}_1 = \mathbf{n}_1 - \mathbf{N}_{12} \cdot \mathbf{N}_{22}^{-1} \cdot \mathbf{n}_2$$



# Etapové řešení

- Postupné řešení - jednotlivé kroky
- jednotkou je model (!)

$x', y', z' (= -f), x'', y'', z'' (= -f) \rightarrow \text{rel.or.} \rightarrow x'_F, y'_F, z'_F, x''_F, y''_F, z''_F \rightarrow \rightarrow \text{měřítko} \rightarrow x, y, z \rightarrow \text{abs.or.} \rightarrow X, Y, Z$

Relativní orientace se řeší na základě podmínky komplanarity pomocí determinantu.

Jedná se o *metodu připojení* pravého snímku, kde neznámými jsou  $\omega'', \varphi'', \kappa'', b_y'', b_z''$  připojovaného snímku.

Obsahuje je prakticky třetí řádek determinantu ve formě souřadnic soustavy pravého snímku, kterou je nutno orientovat vůči soustavě levého snímku.

$$\mathbf{dR} = \begin{pmatrix} 1 & -d\kappa & d\varphi \\ d\kappa & 1 & -d\omega \\ -d\varphi & d\omega & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ x''_F & y''_F & z''_F \end{vmatrix} = 0$$



# Etapové řešení

- Relativní orientace

- linearizací, rozvojem podle *Taylora* a úpravou dostaneme podmínkovou rovnici :

$$\begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ 0 & -z''_F & y''_F \end{vmatrix} d\omega'' + \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ z''_F & 0 & -x''_F \end{vmatrix} d\varphi'' + \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ -y''_F & x''_F & 0 \end{vmatrix} d\kappa'' + \\ + \begin{vmatrix} z'_F & x'_F \\ z''_F & x''_F \end{vmatrix} db''_y + \begin{vmatrix} x'_F & y'_F \\ x''_F & y''_F \end{vmatrix} db''_z + \begin{vmatrix} b_x & b_y & b_z \\ x'_F & y'_F & z'_F \\ x''_F & y''_F & z''_F \end{vmatrix} = 0$$

Každý bod, který je identifikován a změřen na snímkové dvojici, poskytuje jednu podmínkovou rovnici výše uvedenou. Pomocí měřených snímkových souřadnic orientačních bodů utvoříme soustavu rovnic a můžeme vypočítat přibližné hodnoty rotací, ale i přibližné hodnoty základnových složek.

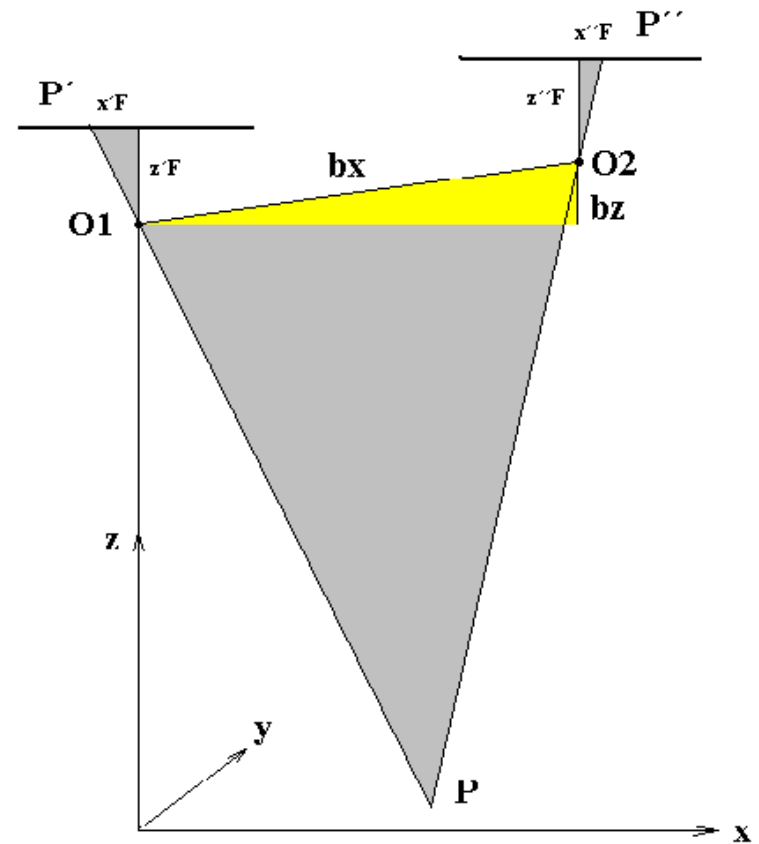
Vlastní výpočet se provádí iteracemi. Za prvotní vstupní hodnoty se dosadí místo  $x'_F, y'_F, z'_F, x''_F, y''_F, z''_F$  měřené snímkové souřadnice  $x', y', z'$  ( $= -f$ ),  $x'', y'', z''$  ( $= -f$ ) a za  $b_y, b_z = 0$ . Složka základny  $b_x$  může být zvolena zcela libovolně, protože se určuje pouze relativní orientace snímků; proto se často volí jako  $b_x = 1$ .

# Etapové řešení

- Měřtkové připojení

Relativně orientované snímky mají obecnou polohu v prostoru a vlivem měnicích se podmínek při pořizování snímků také každý mírně jiné měřítko.

$$m_L = \frac{\begin{vmatrix} b_x & b_z \\ x_F'' & z_F'' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_F' & z_F' \\ x_F'' & z_F'' \end{vmatrix}}, \quad m_P = \frac{\begin{vmatrix} b_x & b_z \\ x_F' & z_F' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_F' & z_F' \\ x_F'' & z_F'' \end{vmatrix}}$$



Nutnou podmínkou je, aby na spojovacích bodech obou snímků bylo měřítko stejné. Složky základy je nutno přenásobit změnovým měřítkovým koeficientem:

$$k = \frac{m_L}{m_P}$$

Dále je nutno vypočíst modelové souřadnice:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = m_L \cdot \begin{pmatrix} x_F' \\ y_F' \\ z_F' \end{pmatrix} = m_P \cdot \begin{pmatrix} x_F'' \\ y_F'' \\ z_F'' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix}$$

# Etapové řešení

- Absolutní orientace

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + m. \mathbf{R.} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

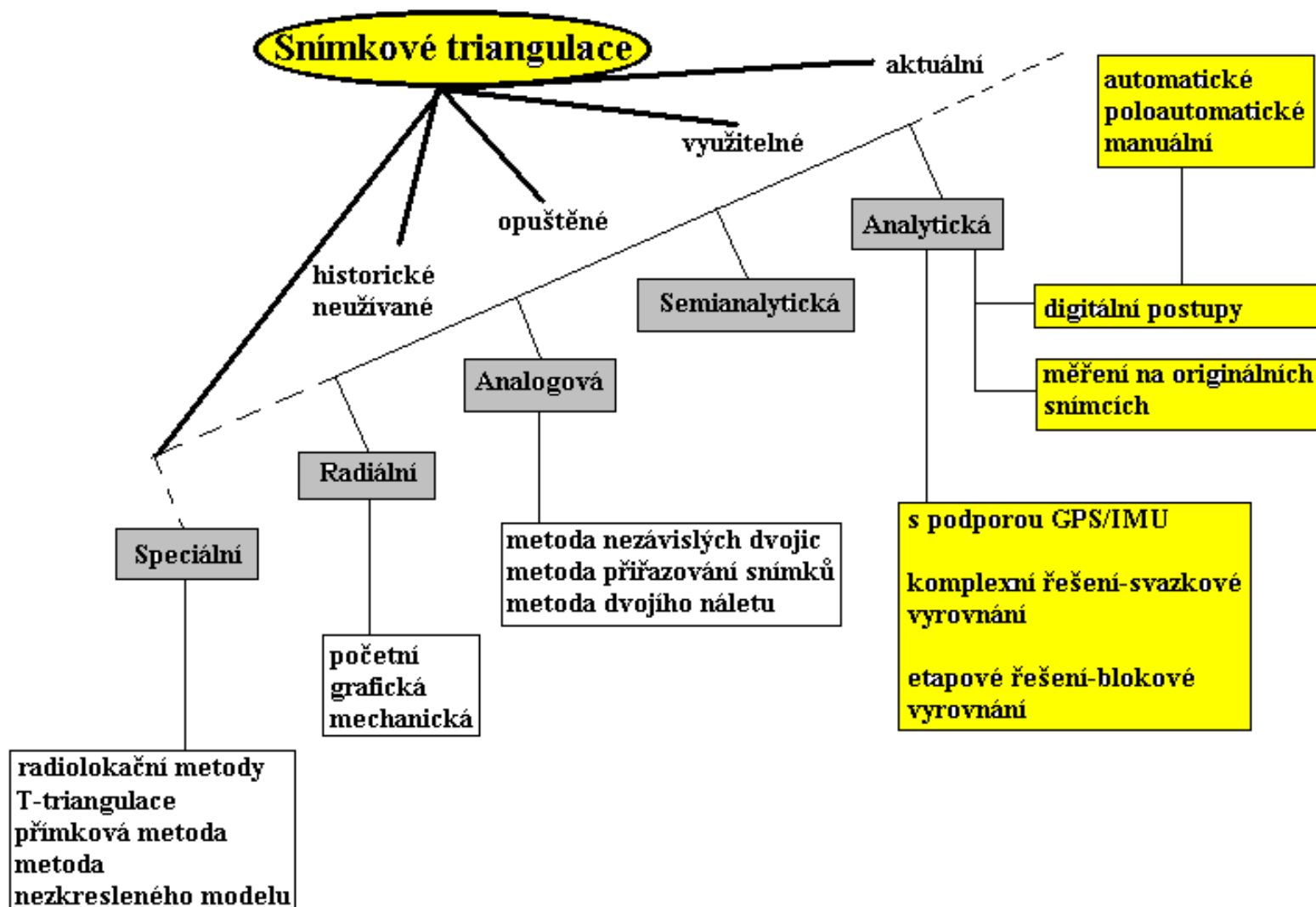
# Aerotriangulace

-původně metoda určování nových  
vlíčovacích bodů a zajištění jisté návaznosti  
podrobného vyhodnocení

# Analytická aerotriangulace (AAT)

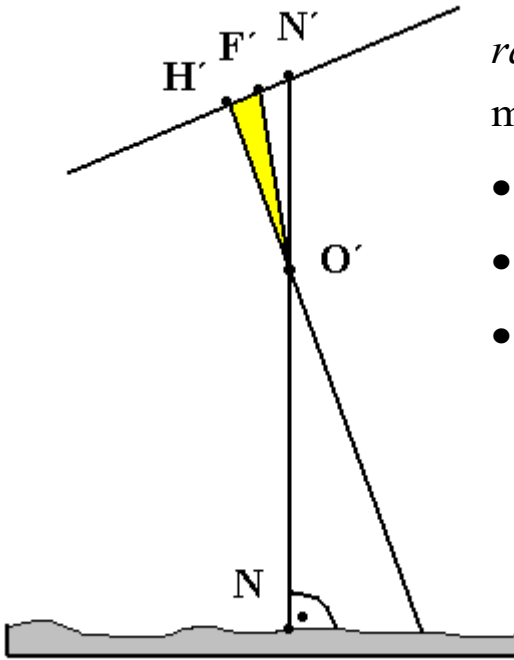
- Metod i jejich využití je vyvinuto značné množství a současné metody slouží zejména pro:
  - **Určování orientačních prvků (vyrovnaných prvků vnější orientace)**
  - **Výpočet nových vlíčovacích bodů**
  - **Zajištění návaznosti při podrobném vyhodnocení**
  - **V současnosti základní postup při zpracování dat z RPAS (UAV), ale i z profesionální letecké fotogrammetrie (výpočet prvků vnější i vnitřní orientace a vyrovnání celého bloku snímků)**

# Snímkové triangulace



# Radiální triangulace

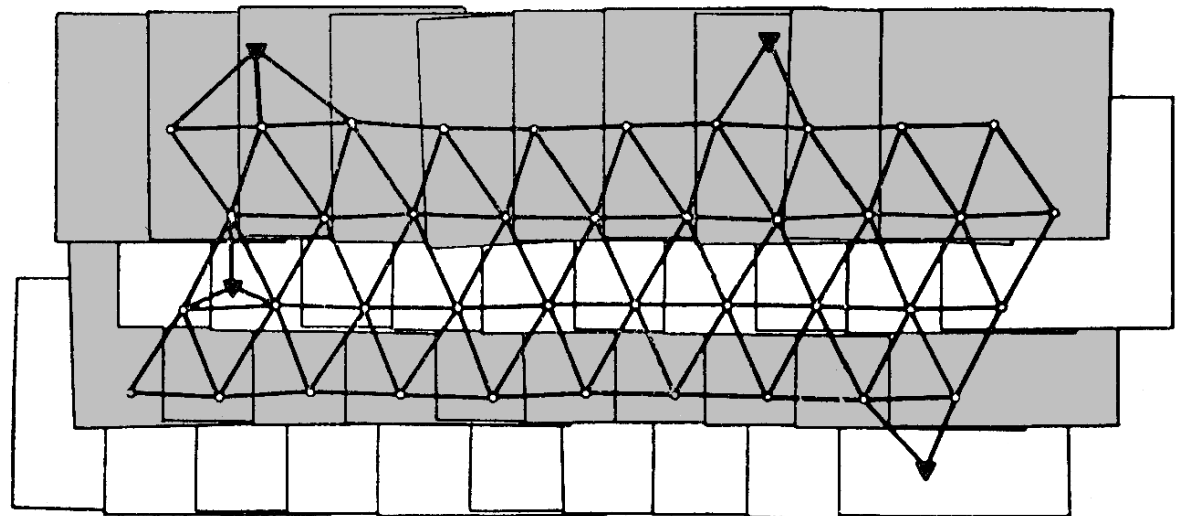
- Neužívaná metoda - pouze princip



*radiální body (malé nebo žádné zkreslení polohy vlivem převýšení) - mezi radiální body patří význačné snímkové body:*

- snímkový nadir
- fokální bod
- hlavní bod nebo tzv. centrální bod.

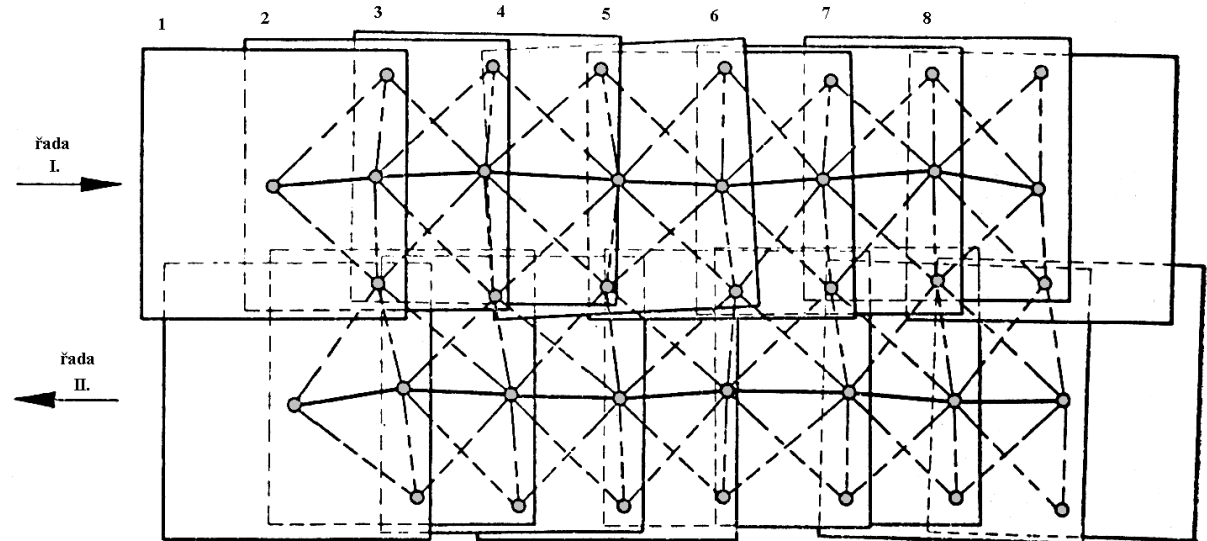
$$r = \frac{f [mm]}{90}$$



Úplná trojúhelníková radiální síť

# Radiální triangulace

- Měření směrů pro radiální triangulaci
- Pro snadné vyhledávání a přenášení radiálních bodů do sousedních snímků byly konstruovány speciální *přenášecí stroje* se stereoskopickým pozorovacím systémem. Dále se na vybrané body změří osnova směrů. Tu lze změřit např. pomocí snímkových souřadnic změřených na komparátorech a výpočtem ze souřadnic nebo jinak polárním koordinátografem. Na měření osnov směrů byly konstruovány speciální *radiální triangulátory*.

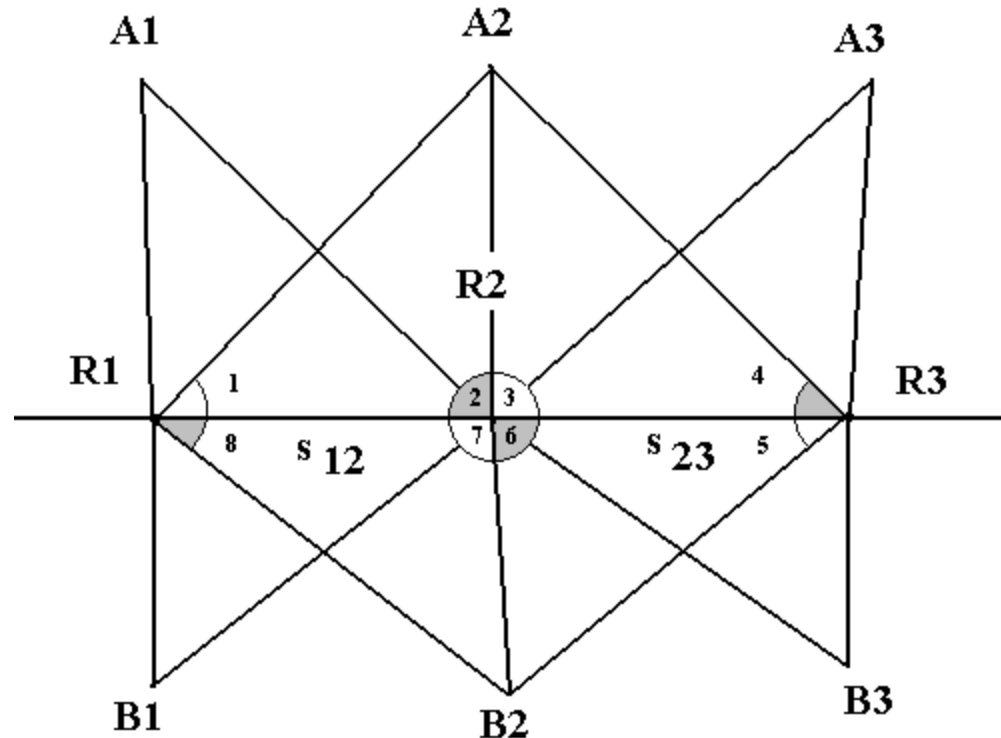


Běžný blok snímků při radiální triangulaci



# Radiální triangulace

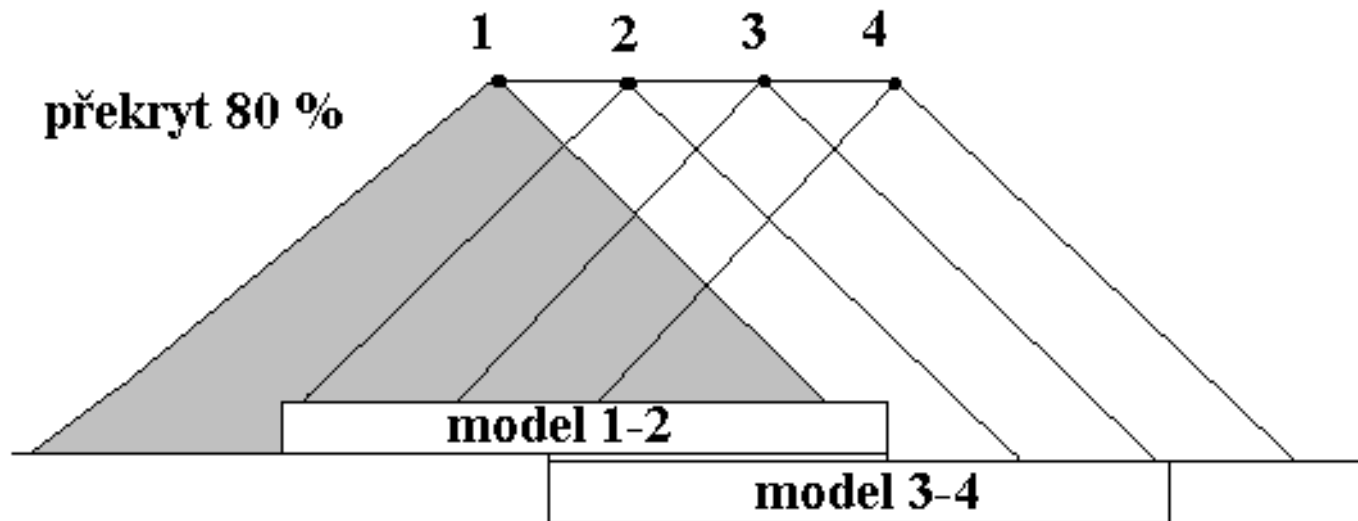
- Výpočet radiální triangulace
  - a) Pomocí známých vlíčovacích bodů  $A_1$  a  $A_2$  na počátku řady vypočteme vzdálenosti mezi radiálními body  $R_1 R_2 = a_1$  (Hansenova úloha).
  - b) Z osnovy měřených směrů vypočteme všechny úhly v trojúhelníkové síti.
  - c) Pomocí sinové věty spočteme vždy další následující vzdálenosti mezi radiálními body, výsledek obdržíme dvakrát (dále používáme aritmetický průměr)
  - d) Jsou-li k dispozici vlíčovací body na konci řady, provede se vyrovnání polygonového pořadu.
  - e) Souřadnice nově určených vlíčovacích bodů se určí protínáním vpřed vždy dvakrát, případně se celý blok vyrovná.



# Analogová aerotriangulace

- Metoda nezávislých dvojic

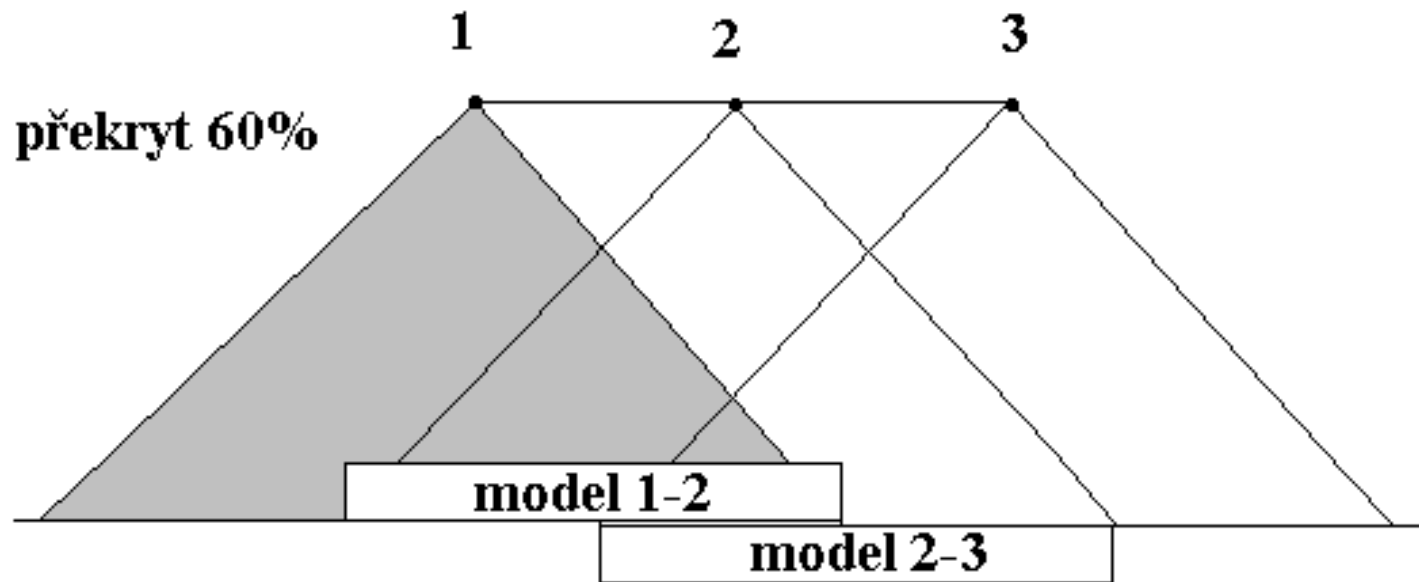
Při metodě *nezávislých dvojic* tvoříme celkový model na základě jednotlivých nezávislých modelů. Pro spojení modelů se používají společné body v pásmu společného překrytu modelů, které se volí 60%. Aby se modely překrývaly o tuto hodnotu, musí se jednotlivé snímky překrývat až o 80%. To je ovšem z ekonomického hlediska nevhodné a přináší to s sebou též zmenšení základnového poměru a s ním spojenou menší přesnost stereoskopického měření. Z tohoto důvodu se tato metoda prakticky nevyužívá.



# Analogová aerotriangulace

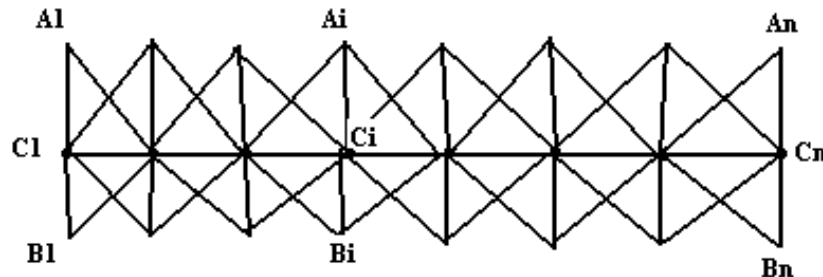
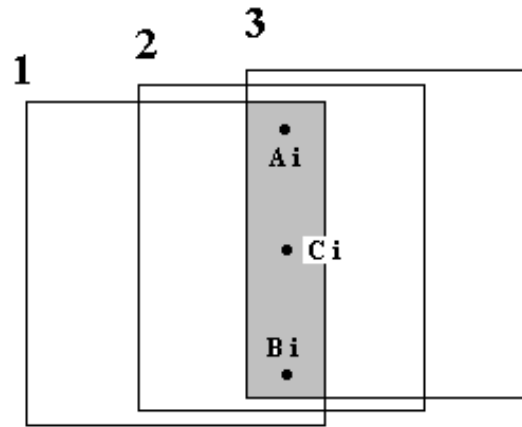
- Metoda připojení snímků

Analogová aerotriangulace se řešila prakticky jako *metoda přiřazování snímků*. Snímky mají běžně standardní překryt 60% a po provedení orientace prvního modelu vzniká každý další model přímým připojením snímku k předcházejícímu modelu. Postupně takto dostáváme model celého snímkového pásu



# Analogová aerotriangulace

- Lze říci, že při aerotriangulaci jde prakticky o řešení prostorového polygonového pořadu, kde jednotlivými vrcholy jsou projekční centra snímků, chápaných jako paprskové svazky. Název aerotriangulace se zde využívá v přeneseném slova smyslu.



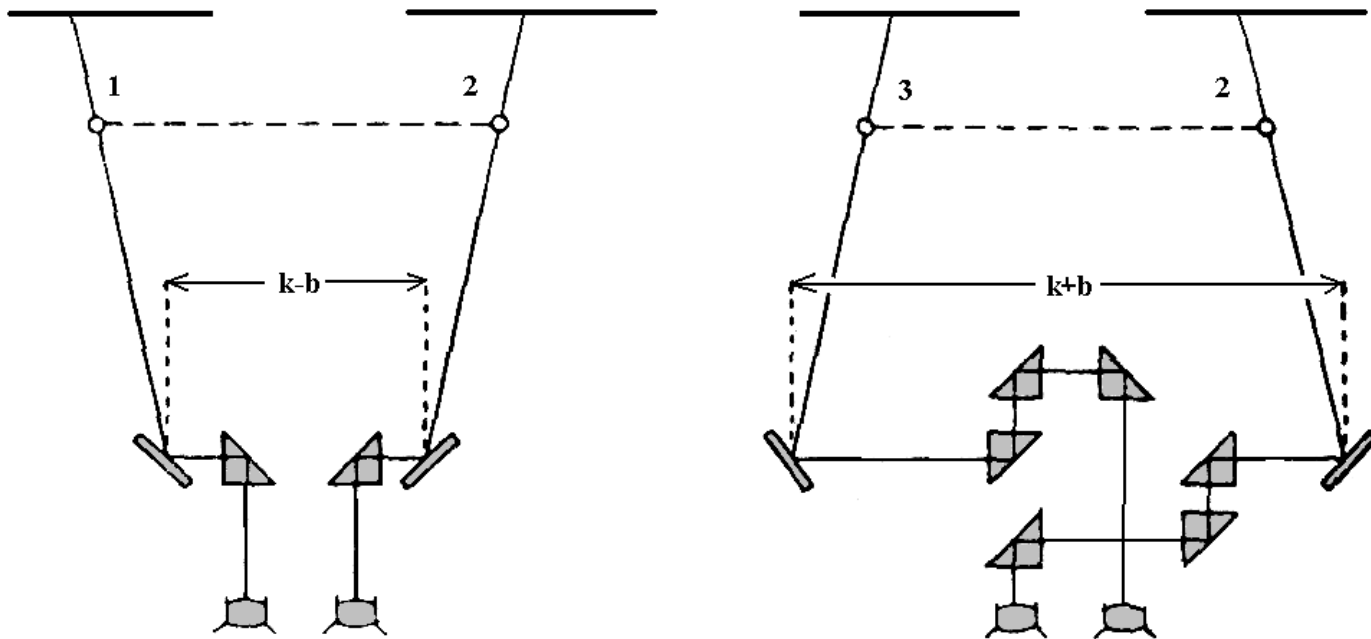
# Analogová aerotriangulace

- Technické zabezpečení:

- možnost prohození levého a pravého snímku opticky

- symetrický základnový vozík

- možnost nastavení složky základny „vně a dovnitř“



# Analytická aerotriangulace (AAT)

Vývojem byly propracovány tyto základní metody analytické aerotriangulace:

- **Etapové řešení I. (Schut, Jerie, Lobanov):** postupně sestavujeme jednotlivé snímky do jediného celku řešením vzájemné orientace. Snímkové souřadnice ze všech snímků transformujeme do soustavy prvního snímku. Tento systém dále na základě podmínkových rovnic pro průsek sdružených určovacích paprsků převedeme na prostorové souřadnice nových určovaných bodů a dále je transformujeme do geodetického systému.
- **Etapové řešení II. (Bartorelli, Church):** jednotlivé snímky postupně přiřazujeme na základě podmínky, že body předcházejícího modelu musí ležet na odpovídajících si paprscích následujícího modelu. Jejich polohu lze vyjádřit přímo v geodetickém systému.
- **Komplexní řešení (Schmid):** všechny modely se orientují současně bez mezikroků v podobě relativní a absolutní orientace vlíčováním na vlíčovací body s vyrovnáním.
- **Komplexní řešení s podporou GPS/INS**

# AAT Blokové vyrovnání pro nezávislé modely (etapové řešení)

## 1. Prostorové vyrovnání bloku

Při prostorovém vyrovnání bloku máme k dispozici po provedené relativní orientaci modelové souřadnice  $x, y, z$  nových nebo spojovacích bodů a dále se zavádí do výpočtu vyrovnání a spojení projekčních center jednotlivých modelů, jejichž souřadnice jsme obdrželi při relativní orientaci. Vyrovnání projekčních center nám dále zajišťuje stabilizaci výškových poměrů modelů v celém řadě, svázat ale takto do aerotriangulační sítě celý blok není v běžných případech možné, jelikož bychom k tomu potřebovali velký příčný (60%) překryt. Další postup:

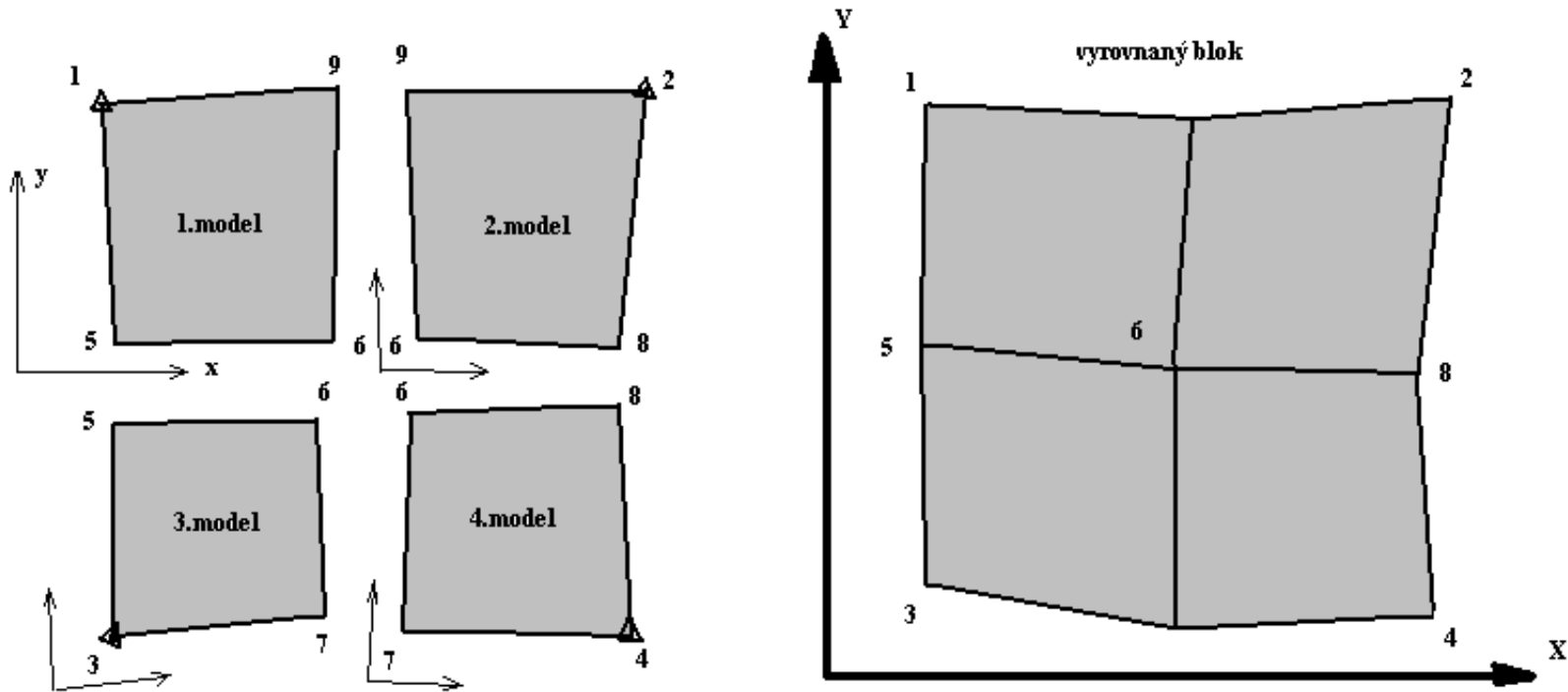
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + m \cdot \mathbf{R} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Linearizace, speciální tvar matice rotace  $\mathbf{R}$  pro případ, že  $\omega = d\omega$  a  $\varphi = d\varphi$ , tj. pro případ přibližně svislých snímků:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \kappa & -\sin \kappa & d\varphi \\ \sin \kappa & \cos \kappa & -d\omega \\ d\omega \sin \kappa - d\varphi \cos \kappa & d\varphi \sin \kappa + d\omega \cos \kappa & 1 \end{pmatrix}$$

# AAT

## 2. Polohové vyrovnání bloku (př. 4 modelů)





# AAT

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} \cos K & -\sin K \\ \sin K & \cos K \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad a = m \cdot \cos K, \quad b = m \cdot \sin K$$

Obdržíme systém lineárních rovnic, nazývaný *zřetězená rovinná podobnostní transformace*:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Dále utvoříme rovnice oprav pro polohu vlíčovacích bodů (opravy geodetických souřadnic)

$$\begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

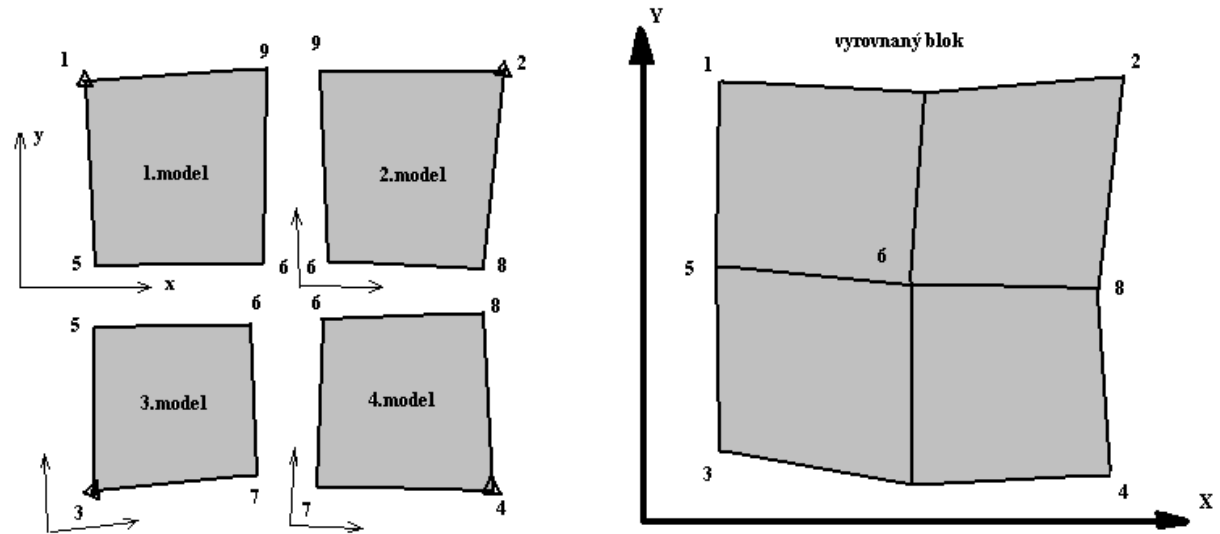
$$\begin{pmatrix} v_X \\ v_Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{a pro polohu nově určovaných bodů}$$
$$\mathbf{0} = m \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{X}_0 - \mathbf{X}$$

kde  $v_x$  a  $v_y$  jsou opravy vzhledem k neznámým geodetickým souřadnicím  $X, Y$  a vzhledem k fiktivním pozorováním jsou interpretovány jako nulové. Po přechodu na normální rovnice dostaneme tvar:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^T & \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad \text{kde } \mathbf{x}_1 \text{ je vektor neznámých transformačních parametrů, } \mathbf{x}_2 \text{ je vektor}$$

souřadnic nově určovaného bodu,  $\mathbf{D}_i$  jsou diagonální matice,  $\mathbf{N}$  je matice vyjadřující korelaci mezi  $\mathbf{x}_1$  a  $\mathbf{x}_2$  a  $\mathbf{n}_1$  je absolutní člen k  $\mathbf{x}_1$ .

# AAT



## ***Příklad:***

*Máme 4 nezávislé modely, každý má 4 neznámé transformační parametry ( $X_0, Y_0, a, b$ ) provedeme polohové vyrovnání bloku.*

*Celkem máme 5 nových bodů č.5-9 (5x2 souřadnice) a 4 vřícovací body č.1-4. V každém snímku jsou změřeny 3 nové body a 1 vřícovací bod.*

*Počet neznámých:  $4 \times 4$  (transf.) +  $5 \times 2$  (body) = 26 neznámých.*

*Počet pozorování:  $4 \times 4$  měřené body  $\times$  2 souřadnice = 32 pozorování.*

*Celkem 6 nadbytečných pozorování.*

# AAT

## 3. Výškové vyrovnání bloku

Obdobou plošného vyrovnání je vyrovnání výškové. Vychází z prostorové podobnostní transformace s tím, že užívá pouze třetí rovnici pozorování pro výškový vlíčovací bod. Rovnice pro výškové vyrovnání přejde na tvar:

$$Z + v_z = Z_0 + m(x \cdot \sin \kappa + y \cdot \cos \kappa) d\omega \\ - m(x \cdot \cos \kappa - y \cdot \sin \kappa) d\varphi + m \cdot z$$

kde dosadíme přibližné hodnoty  $m^0$  a  $\kappa^0$  známé z plošného vyrovnání nebo z pomocného výpočtu; neznámými zůstávají  $d\omega$ ,  $d\varphi$  a  $Z_0$ . Dosadíme-li do (9.12) z (9.5), dostaneme tvar:

$$Z + v_z = Z_0 + (Y - Y_0) d\omega - (X - X_0) d\varphi + m \cdot z$$

a obdobně lze vytvořit též výraz pro nové (spojovací) body.

# AAT

## Svazkové vyrovnání bloku (komplexní řešení)

(*bundle adjustment, Bündelblockausgleichung*).

$$x', y', z' (= -f), x'', y'', z'' (= -f) \rightarrow X, Y, Z$$

$$x' = x'_0 - f \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y' = y'_0 - f \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$x'_{i1} = F_x(f, x'_0 = dx, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \omega_1, \varphi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$y'_{i1} = F_y(f, y'_0 = dy, X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, \omega_1, \varphi_1, \kappa_1, X_i, Y_i, Z_i)$$

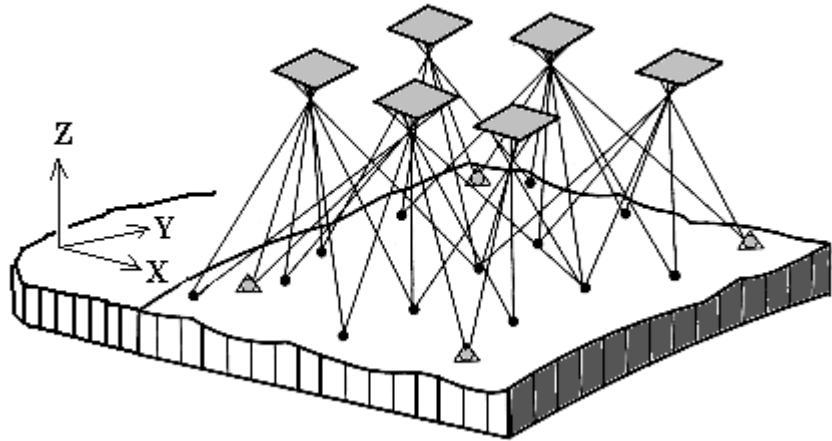
$$x''_{i1} = F_x(f, x''_0 = dx, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \omega_2, \varphi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$y''_{i1} = F_y(f, y''_0 = dy, X_{02}, Y_{02}, Z_{02}, \omega_2, \varphi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)$$

# Svazkové vyrovnání bloku (komplexní řešení)

$$\begin{aligned} v_{xij} = & \left( \frac{\partial x'}{\partial X_{0j}} \right)^0 dX_{0j} + \left( \frac{\partial x'}{\partial Y_{0j}} \right)^0 dY_{0j} + \left( \frac{\partial x'}{\partial Z_{0j}} \right)^0 dZ_{0j} + \\ & + \left( \frac{\partial x'}{\partial \omega_j} \right)^0 d\omega_j + \left( \frac{\partial x'}{\partial \varphi_j} \right)^0 d\varphi_j + \left( \frac{\partial x'}{\partial \kappa_j} \right)^0 d\kappa_j + \\ & + \left( \frac{\partial x'}{\partial X_i} \right)^0 dX_i + \left( \frac{\partial x'}{\partial Y_i} \right)^0 dY_i + \left( \frac{\partial x'}{\partial Z_i} \right)^0 dZ_i - (x'_{ij} - x'_{ij}{}^0) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{N}_{11} & \mathbf{N}_{12} \\ \mathbf{N}_{12}^T & \mathbf{N}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \end{pmatrix}$$



# Svazkové vyrovnání bloku (komplexní řešení)

*Příklad: Máme 4 snímky, na každém z nich celkem 2 vlíčovací body a 4 nové určované body.*

*Snímkové souřadnice: 4 snímky x 6 bodů x 2 měřené souřadnice = celkem 48 pozorování.*

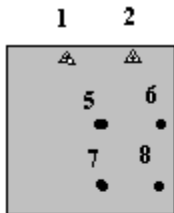
*Neznámých celkem 36 (4x6 prvků vnější orientace a 4x3 dalších neznámých souřadnic určovaných bodů X,Y,Z).*

*Nadbytečných pozorování: 48-36=12.*

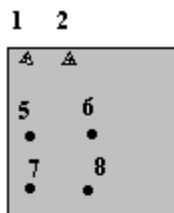
*Pro základní představu je možno uvést přibližné hodnoty pro jeden model a signalizované body s širokouhlou komorou :*

*polohová přesnost:  $\sigma_{xy} = \pm 3 [\mu\text{m}] * m_s$*

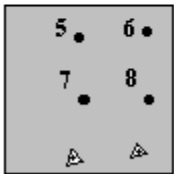
*výšková přesnost :  $\sigma_z = \pm 0.03\% * h[\text{m}]$*



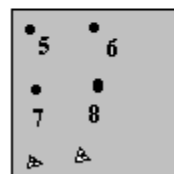
1.snímek



2.snímek

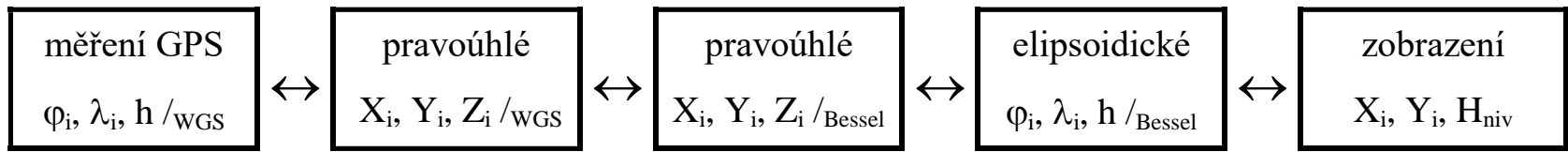


3.snímek

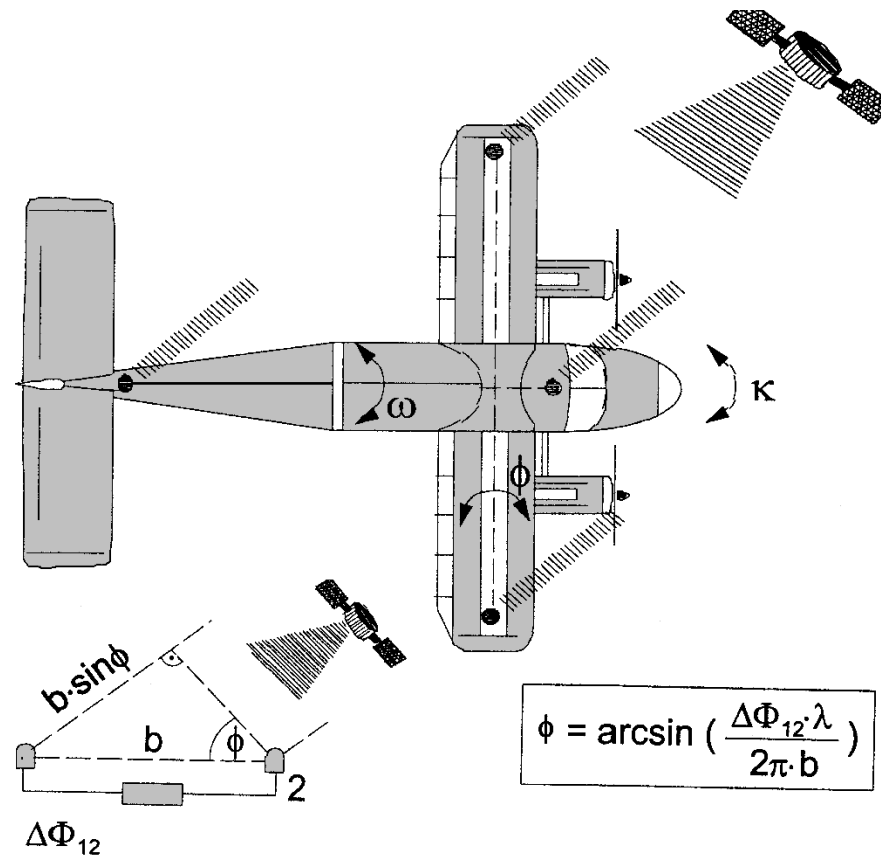


4.snímek

# Metody aerotriangulace podporované GNSS



## 1. Přímé měření - pokusné řešení s více anténami

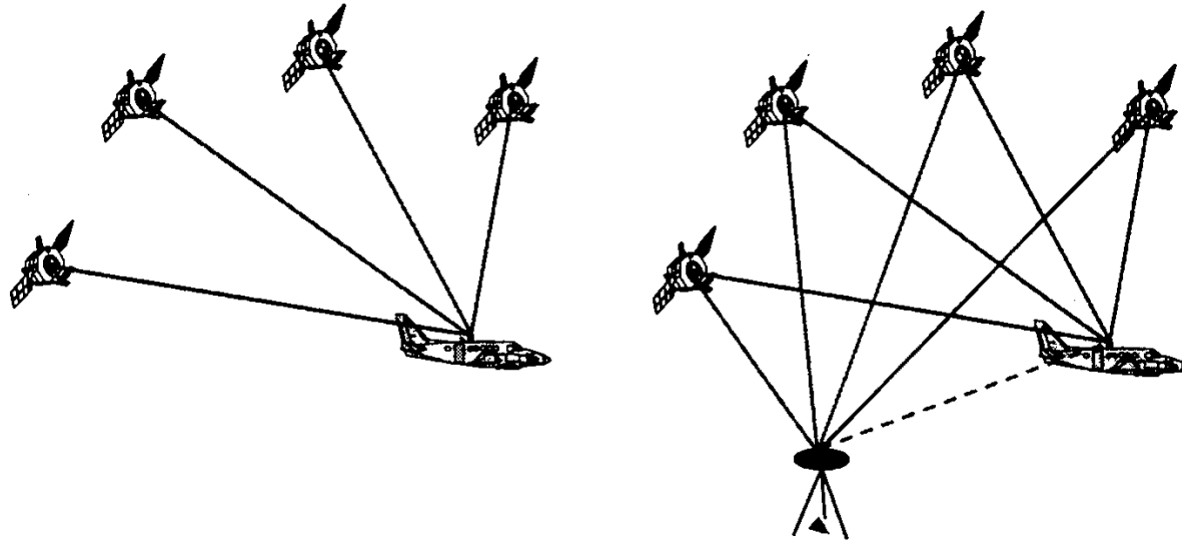


# Metody aerotriangulace podporované GNSS

## 1. Přímé měření - GNSS/IMU

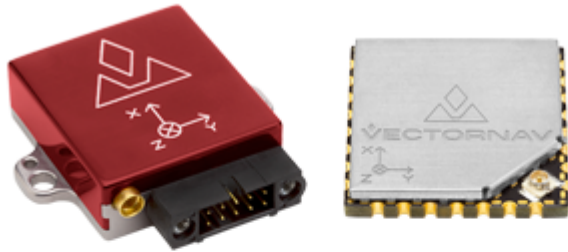


## D-GPS (GNSS)





# INS — v současné době mnoho typů a různé přesnosti



## Introduction

The VN-200 is a miniature, high performance GPS-Aided Inertial Navigation System (GPS/INS) that combines MEMS inertial sensors, a high-sensitivity GPS receiver, and advanced Kalman filtering algorithms to provide optimal estimates of position, velocity, and attitude.

» [Learn more about Inertial Navigation Systems](#)

### Key Benefits:

- 0.3° Dynamic Heading
- 0.1° Dynamic Pitch/Roll
- 5°/hr Gyro In-Run Bias (typ.)
- 800 Hz IMU, 400 Hz Navigation Data
- ±16 g Accelerometer Range
- ±2000°/sec Gyroscope Range
- Standard or Thermal Calibration
- Made in the USA & ITAR-Free

[VIEW PRODUCT BROCHURE](#)

[REQUEST A QUOTE](#)



# High precision INS (SBG, Applanix, ...)

## Apogee-D

### All-in-one INS/GNSS

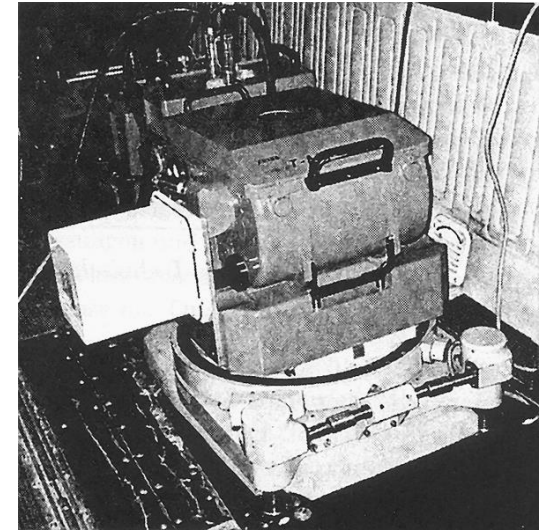
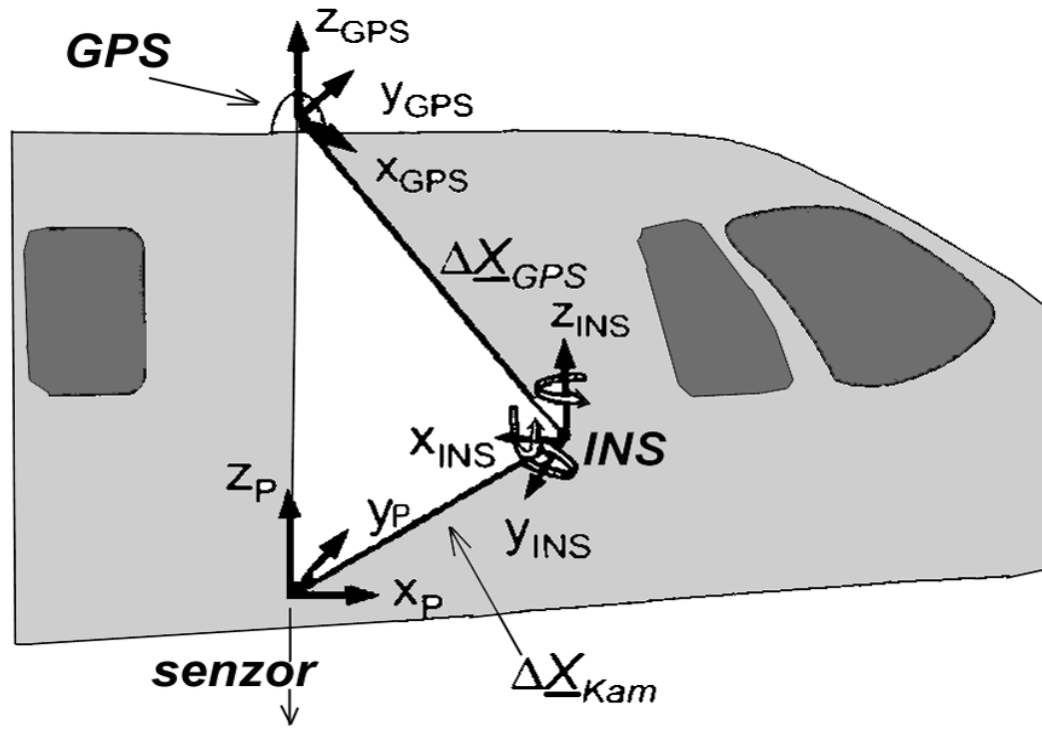
Apogee-D is an all-in-one INS/GNSS which embeds an RTK and PPP ready GNSS receiver for applications where space is critical but high performance required.

This highly versatile MEMS-based Inertial Navigation System comes with one or two antennas.

- 0.008° Roll & Pitch (RTK)
- 0.025° GNSS-based Heading (4m baseline)
- 1 cm Position (RTK)
- Post-processing with Qinertia PPK Software
- 5 cm Real-time Heave, 2 cm Delayed Heave

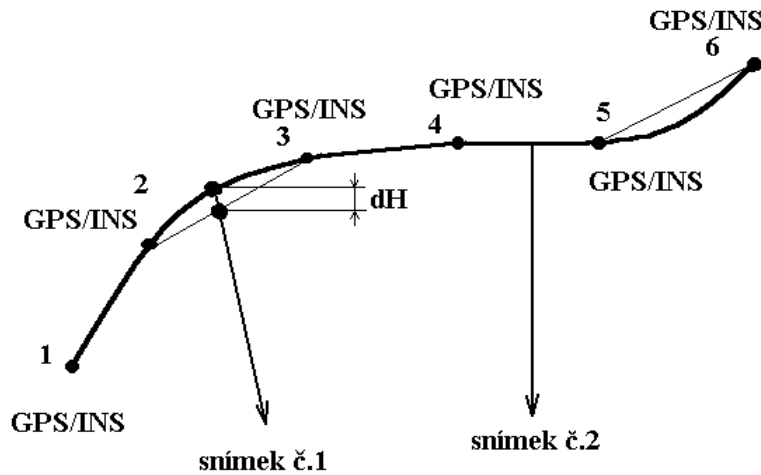


# Metody aerotriangulace podporované GNSS

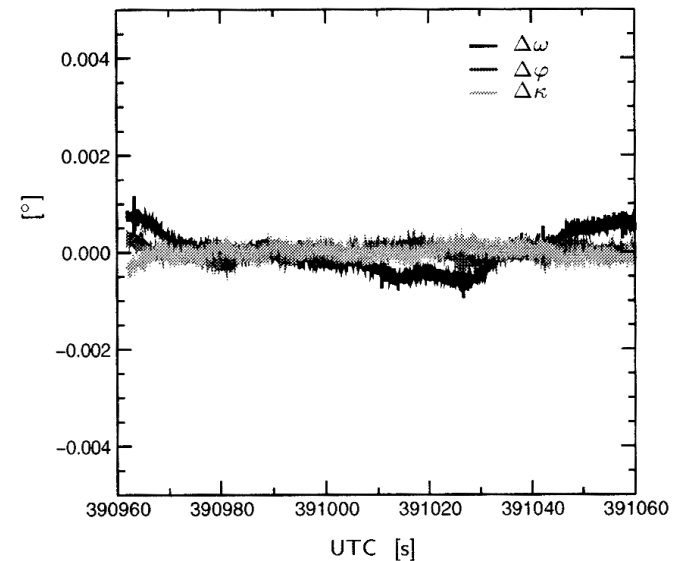
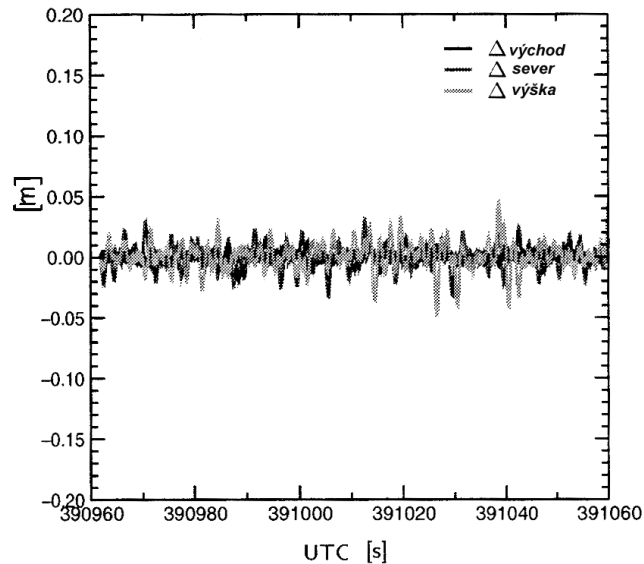


$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \mathbf{R}_{GPS} \cdot \left( m \cdot \mathbf{R}_{INS} \begin{pmatrix} x' - x'_o \\ y' - y'_o \\ -f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_{KAM} \\ \Delta Y_{KAM} \\ \Delta Z_{KAM} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Delta X_{GPS} \\ \Delta Y_{GPS} \\ \Delta Z_{GPS} \end{pmatrix} \right)$$

# Metody aerotriangulace podporované GNSS



Pokud uvažujeme mapu v měřítku 1: 10 000, grafické přesnosti 0.1mm odpovídá 1m ve skutečnosti. Při parametrech komory  $f=150\text{mm}$  a výšce letu 3000m obdržíme snímky v měřítku 1:20 000. Vlíčovací body se měří s přesností lepší než 10cm (1 $\mu\text{m}$  ve snímku odpovídá 2cm, až na tuto přesnost se můžeme při měření na komparátoru nebo při subpixelové transformaci dostat). Jednoduchým výpočtem zjistíme, že je třeba znát rotační parametry s přesností cca 7''.



*Variace v pozici a rotačních parametrech, Kálmanův filtr*

## Charakteristiky GNSS/IMU

klasifikace INS je podle:

- vysoká přesnost: polohová chyba  $\ll$  1 nautická míle po 1 hodině nepodporované navigace
- střední přesnost: kolem 1 nautické míle
- nízká přesnost: stovky km po 1 hodině přesnosti a ceny

	Přesnost		
Časový interval	vysoká	střední	nízká
pozice			
1 h	0.3-0.5km	1-3km	200-300km
1 min	0.3-0.5m	0.5-3m	30-50m
1 s	0.01-0.02m	0.03-0.1m	0.3-0.5m
rotace			
1 h	$3-8 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	0.01-0.05	1-3
1 min	$0.3-0.5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	$4-5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	0.2-0.3
1 s	$<0.3 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	$3-5 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ$	0.01-0.03
přibližná cena (2002)	stovky tis. USD	100 000 USD	10 000 USD

# **INS jsou konstruovány na různých principech :**

## **1) plošinový systém (*space stabilized*), poloanalytický systém**

**Systém se vyznačuje prostorově pevnou polohou, v nosiči je upevněn pomocí kardanů nezávisle, je mechanicky výrobně náročný. Pro měření se využívá jen malý rozsah měření.**

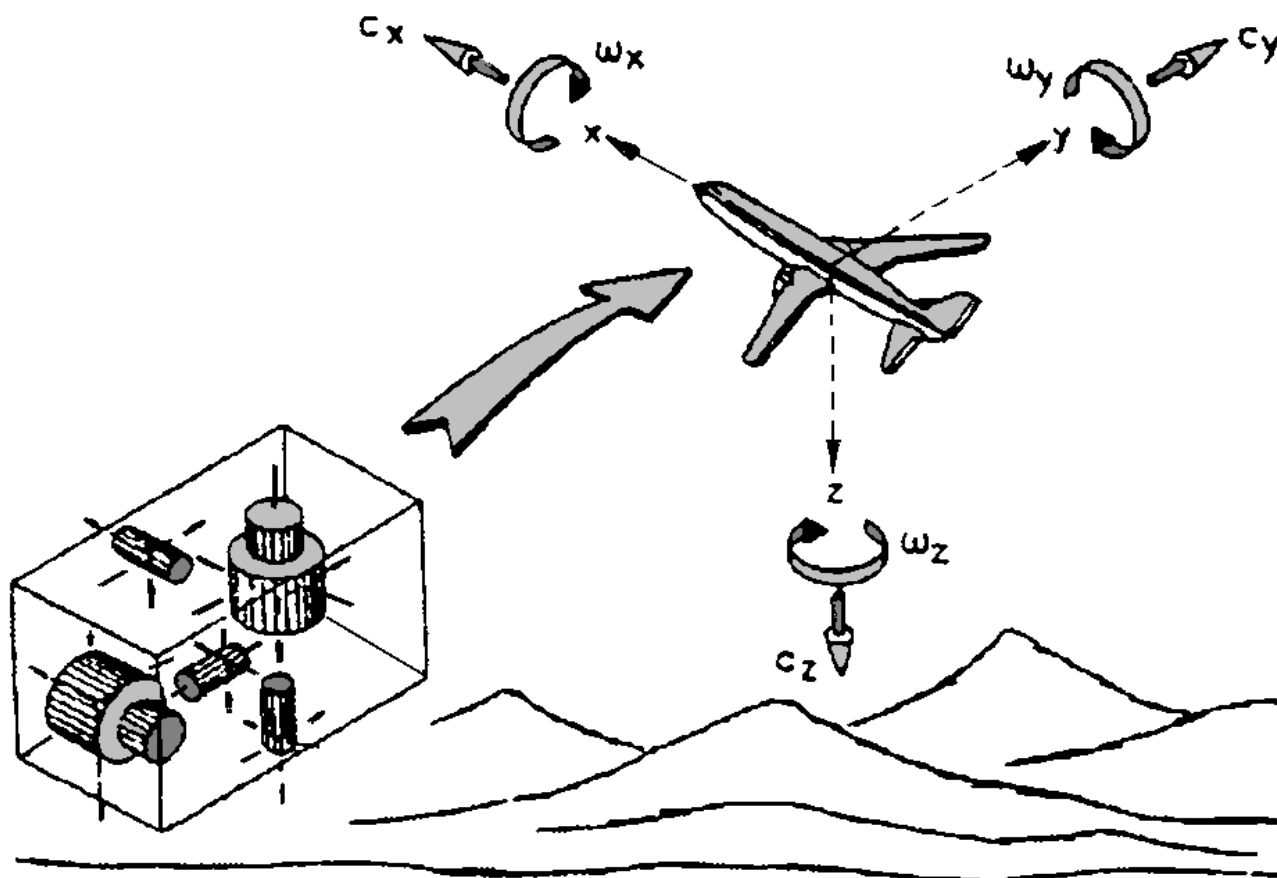
**•prostorově orientovaná verze: měřicí osy dodržují během celého nasazení svou orientaci vztaženou k inerciálnímu prostoru**

**•pozemsky orientovaná verze: osy se během měření posunují; vertikální osa zůstává přitom v lokální svislici a severní osa leží v meridiánové rovině**

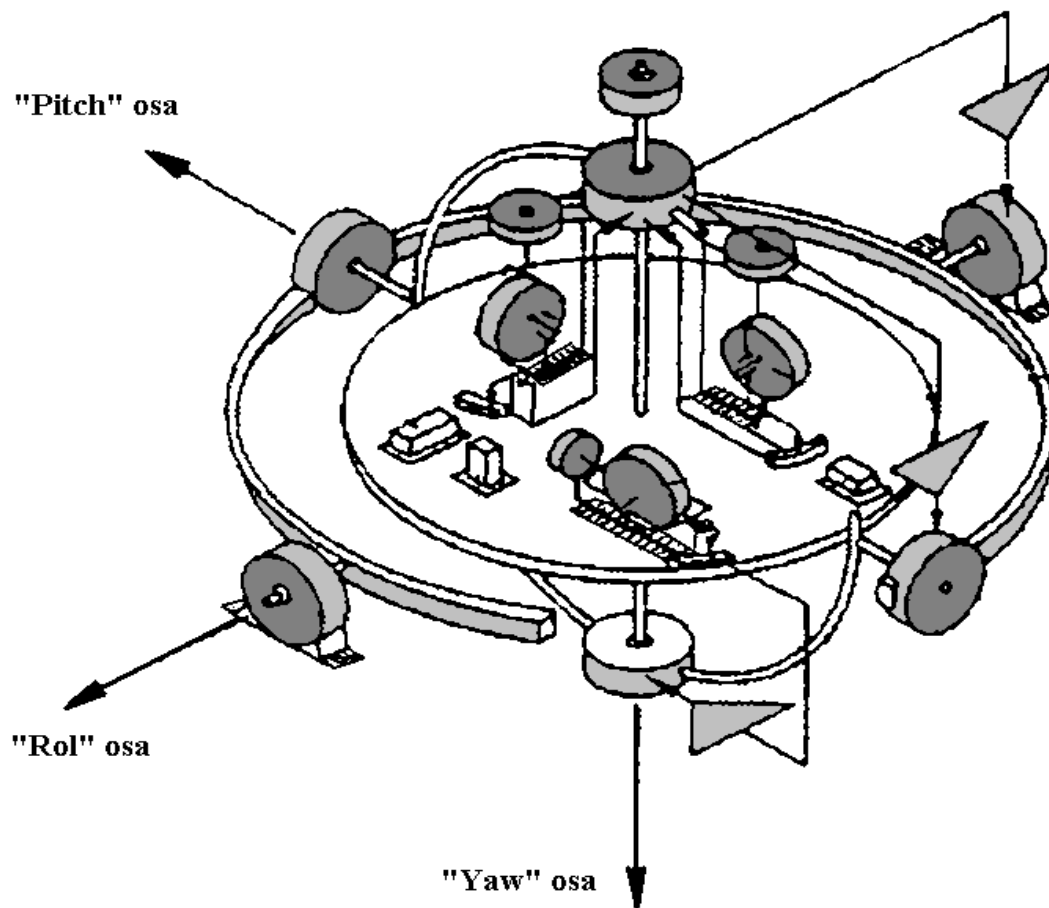
## **2) systém orientovaný nosičem (*strap-down*), analytický systém**

**Osy jsou pevně spojeny s nosičem, zařízení je mechanicky a konstrukčně jednodušší. Je třeba velký měřicí rozsah, zařízení je levnější, ale je citlivé na otřesy a rušení a má menší přesnost**

*Systém orientovaný nosičem  
(strap-down)*



*Plošinový systém (space stabilized)*





***Výšky letu pro různé konstanty  
komory a měřítko snímku***

f [mm]	88	150	310
ms = 1:5000			
h [m]	440	750	1550
ms = 1:10 000			
h [m]	880	1500	3100
ms = 1:20 000			
h [m]	1760	3000	6200

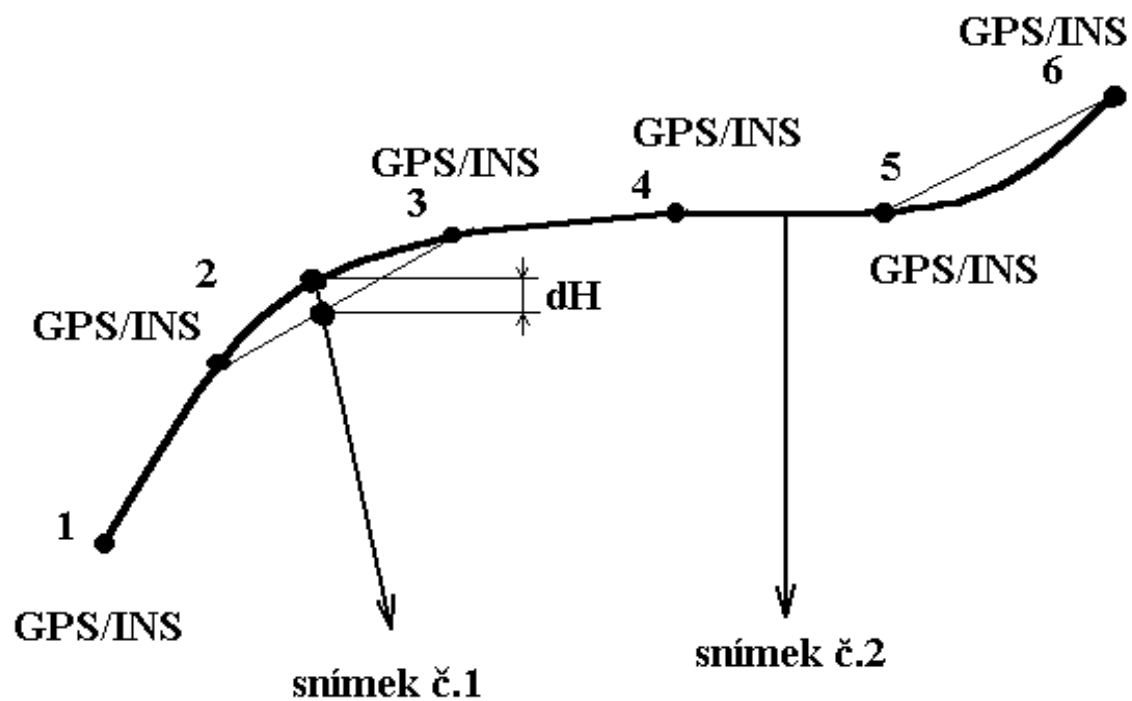
Vlícovací body se měří s přesností lepší než 10cm (1 $\mu$ m ve snímku odpovídá 2cm, až na tuto přesnost se můžeme při měření na komparátoru nebo při subpixelové transformaci dostat). Jednoduchým výpočtem zjistíme (kolik úhlových vteřin ze 3km je 10cm), že je třeba znát rotační parametry s přesností cca 7''.

Pro přesné práce je tedy nutno uvažovat přesnost v poloze 5-10cm a v rotačních parametrech 10-20''. Pak dostaneme přesnost na povrchu lepší než 10cm.

***Požadovaná přesnost rotačních parametrů při  
přesnosti na zemském povrchu 10cm***

h [m]	f [mm]	ms	$\alpha$ ['' ]
500	88	5680	41
1000	150	6670	20
3000	150	20 000	7

*Trajektorie letadla, snímkování  
a odečítání GNSS/IMU*



## **Závěry:**

- chyby 10cm v pozici a 15'' v rotačních parametrech odpovídají 8-11  $\mu\text{m}$  ve snímku a 15-22  $\mu\text{m}$  při určování výšek (bez použití vlíčovacích bodů)
- přesnost závisí na podpůrných informacích a kvalitě referenční stanice
- přesnost nezávisí na délce řady
- data je nutno filtrovat (vhodný je např. Kálmanův filtr)
- je vhodné kombinovat s klasickou AAT

*Montáž zařízení POS AV na  
fotogrammetrickou leteckou  
komoru*



# Digitální obraz

- ***Definice: Digitální obraz je obrazová informace převedená do číslíkové formy.***

Základ: **pixel** (z angl. *picture element*). Jednotlivé pixely nabývají určité hodnoty, která není libovolná (dáno technickými možnostmi počítače). Výsledný digitální obraz se skládá z množství na sebe navazujících pixelů, které nabývají určitých kódových hodnot.

Informaci obsaženou v obraze je třeba matematicky zapsat. Z tohoto důvodu je nutno založit souřadnicový systém a definovat v něm **obrazovou funkci**, která nám jednoznačně definuje hodnotu pixelu pro dané  $x, y$ . Běžně se používá souřadnicová soustava  $P, L$  (*pixel, line*) - sloupec, řádka

**pixely** mají celočíselnou pozici a **nabývají diskrétních hodnot**. Obraz má charakter matice, kde pixely tvoří  $m$  řádek a  $n$  sloupců, kódová hodnota jednotlivého pixelu je hodnotou prvku matice.

$$P[i, j] = f(i, j)$$

# Digitální obraz

→  $j$  (columns, pixel)

↓  $i$  (lines)

$F(i,j)$	$F(i,j+1)$	$F(i,j+2)$	$F(i,j+3)$	$F(i,j+4)$
$F(i+1,j)$	$F(i+1,j+1)$	$F(i+1,j+2)$	$F(i+1,j+3)$	$F(i+1,j+4)$
$F(i+2,j)$	$F(i+2,j+1)$	$F(i+2,j+2)$	$F(i+2,j+3)$	$F(i+2,j+4)$
...				
...				$F(m,nj)$

# Digitální obraz

- definice informace:

$$M = S^E$$

kde  $E$  je počet prvků,  $S$  je počet možných stavů jednoho prvku a  $M$  je celkový počet stavů (počet kombinací). Jednotka informace je definována jako množství informace potřebné k zapsání dvou různých stavů jednoho prvku:

$$\log_2 M = E \cdot \log_2 S$$

kde  $\log_2 M =$  množství informace [bit],  
(1byte=8bitů).

# Digitální obraz

- Kódování obrazu – technicky výhodné:

1 pixel – 1 byte

( $M=256$ ,  $S=2$ , tj.  $E=8$ ). Osmibitové kódování na 256 úrovní (tj.  $\langle 0, \dots, 255 \rangle$ ) je běžné

- snadno spočteme celkovou velikost obrazového souboru:  $M = m \cdot n \cdot e$  [byte]

kde  $m$  je počet řádků,  $n$  počet sloupců a  $e$  je počet pásem

Pokud uvažujeme barevný digitální obraz, je nutno si uvědomit, že se skládá ze tří základních barevných složek (obvyčejně RGB-*red, green, blue*), jejichž kombinace vytváří úplnou barevnou paletu. Každá složka je samostatným tónovým obrazem s přiřazenou monochromatickou barvou a je kvantována na určitou úroveň. Kombinací všech úrovní jednotlivých složek obdržíme maximální počet barev (barevnou hloubku):

červená ( <i>red</i> )	zelená ( <i>green</i> )	modrá ( <i>blue</i> )	celkový počet barev
$2^8$	$2^8$	$2^8$	$2^{24}=16777216$



# Digitální obraz

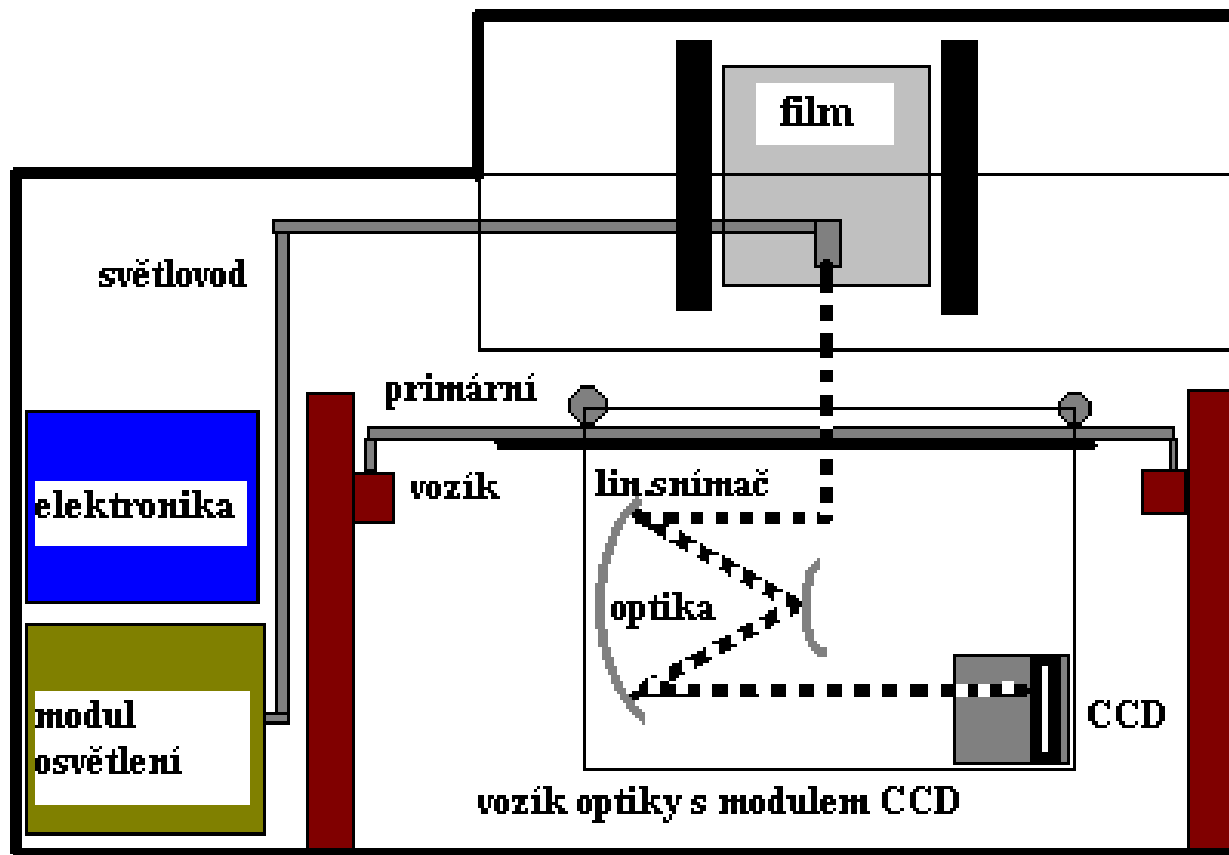
Vznik: -přímo v digitální podobě  
-digitalizací analogového obrazu (skenování)

V obou případech se dostáváme do situace, kdy v určitém kroku musíme převádět analogový signál na digitální výstup, neboli vzorkovat signál. Problémem je najít správnou frekvenci odečítání hodnot ze spojitého analogového signálu tak, abychom co nejlépe vystihli diskrétními hodnotami průběh takového signálu. Tento problém řeší vzorkovací teorém.

DPI	100	200	600	800	1000	2000	8500
Pixel [ $\mu\text{m}$ ]	254	127	42	32	25	13	3
MB (23x23cm)	0.82	3.2	30	51.8	84.6	324	5900

# Skenování obrazu

- Převod z analogového záznamu, prozatím stále klasický způsob u letecké fotogrammetrie



# Skenování obrazu

- rozlišení  $dpi = \frac{k \cdot m_s \cdot 2.54}{\Delta x}$

Typ	Firma	Radiometr. rozliš. [bit]	Předloha [mm]	Rozlišení [μm]	Odkaz
DSW500	<a href="http://www.lh-systems.com">L/H Systems</a>	10	260x260	4-15	<a href="http://www.lh-systems.com">WWW.lh-systems.com</a>
<a href="http://www.ziimaging.com">PhotoScan</a>	<a href="http://www.ziimaging.com">Z/I Imaging</a>	10	250x275	7	<a href="http://www.ziimaging.com">WWW.ziimaging.com</a>
<a href="http://www.vexscan.at">UltraScan 5000</a>	<a href="http://www.vexscan.at">Vexcel</a>	48	330x440	5	<a href="http://www.vexscan.at">WWW.vexscan.at</a>
RM-1	<a href="mailto:RM1A@aol.com">Wehrli</a>	8, 12 TDI		10-12	<a href="mailto:RM1A@aol.com">RM1A@aol.com</a>

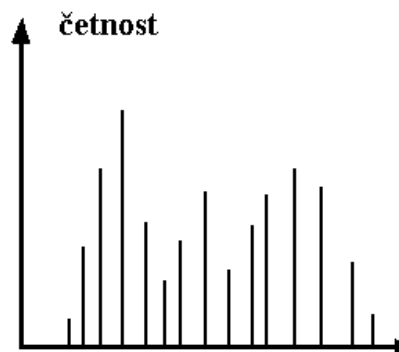


- Leica ASL 80, Utracam X/XP/Eagle,
- Riegl LiteMapper 6800 (RIEGL LMS–Q680)



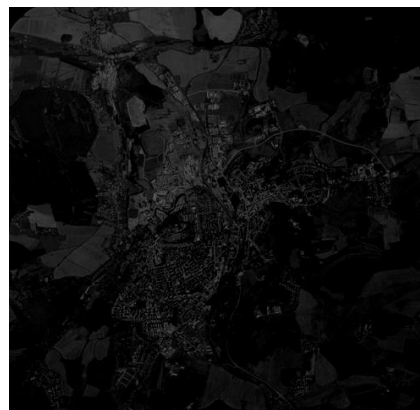
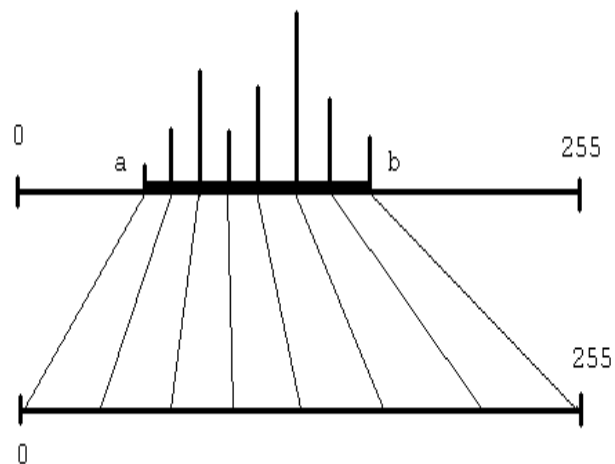
# Úpravy digitálního obrazu

- Histogram



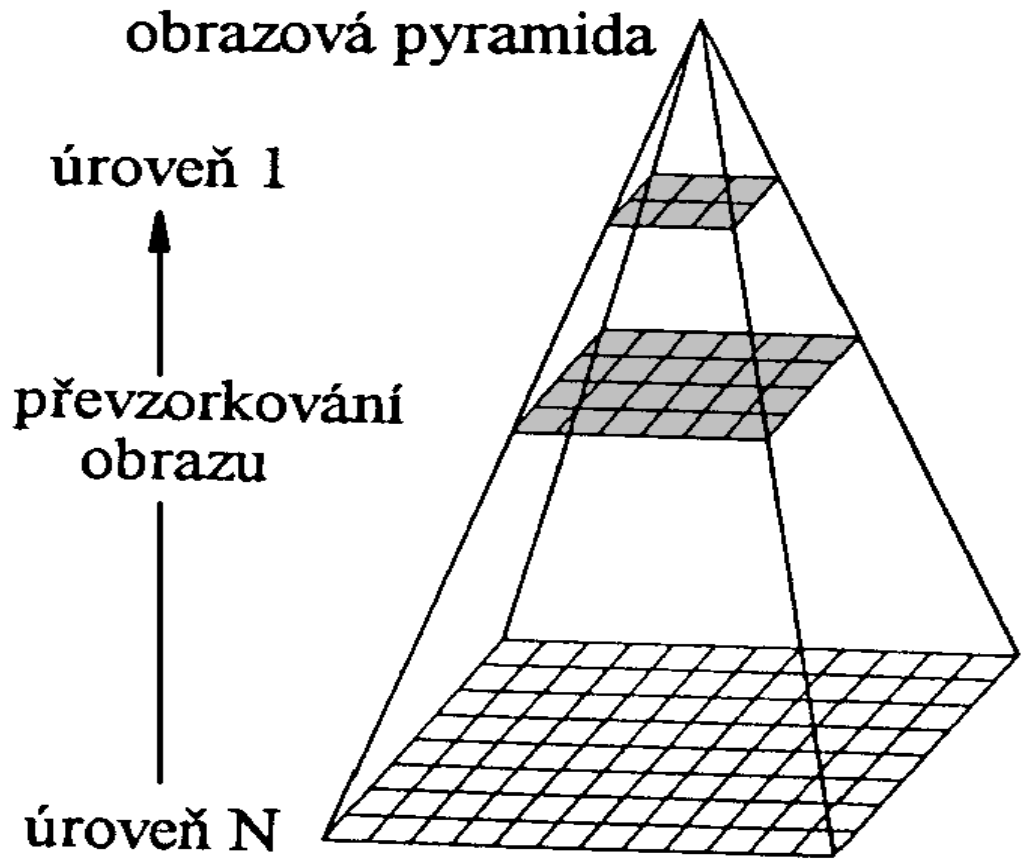
- Filtrace

- změna kontrastu
- hranové operace
- ostření



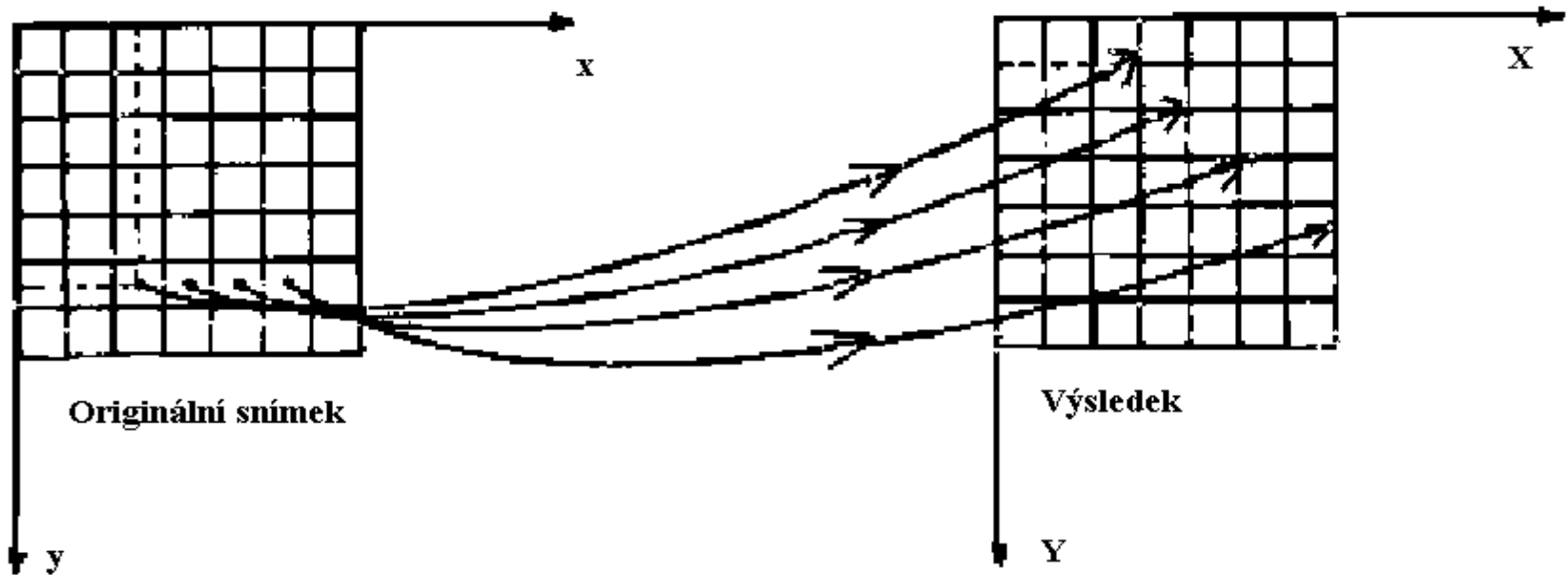
# Úpravy digitálního obrazu

- Obrazová pyramida



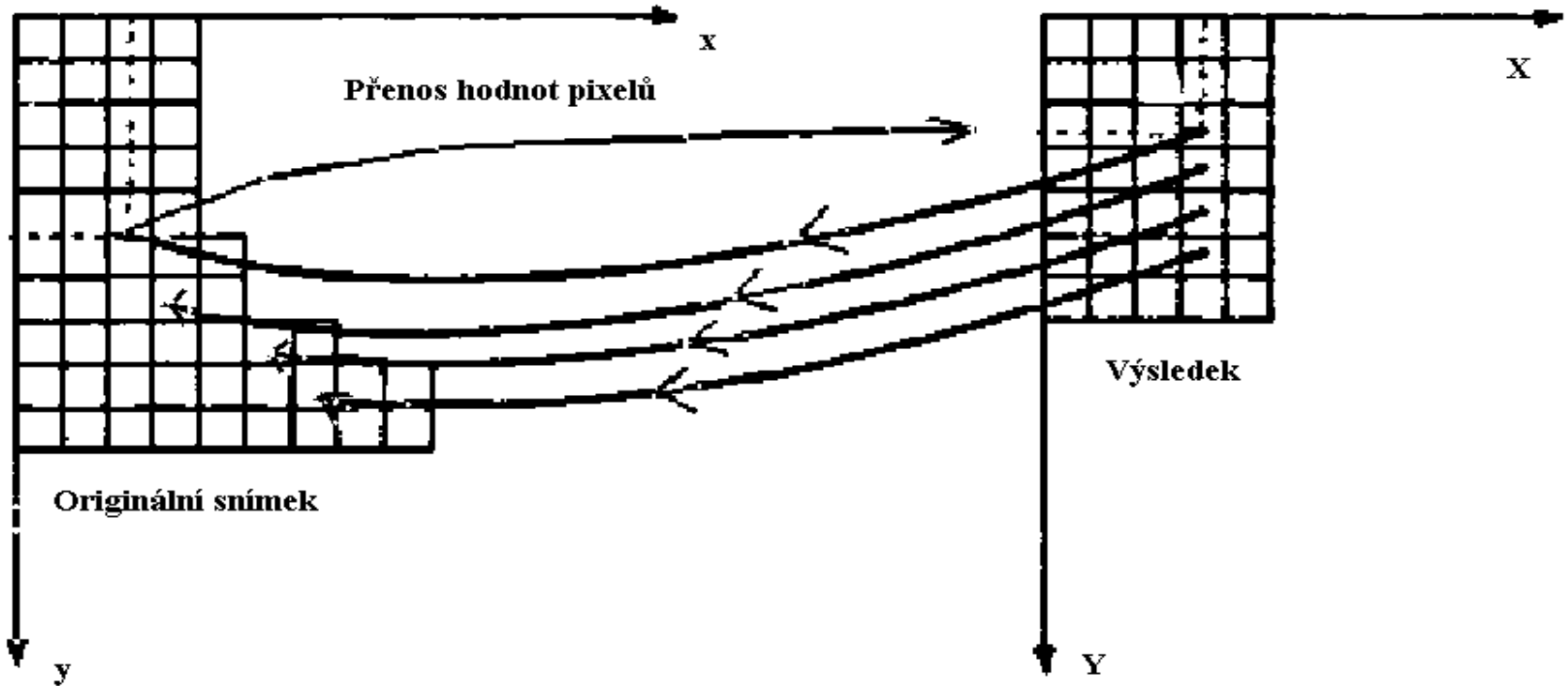
# Geometrické transformace obrazu

- *transformace dat na základě přesně známých parametrů trajektorie nosiče*
- *přímá geometrická transformace na základě vlíčovacích bodů nebo vektorů*



# Geometrické transformace obrazu

- *nepřímá geometrická transformace na základě vlíčovacích bodů nebo vektorů*



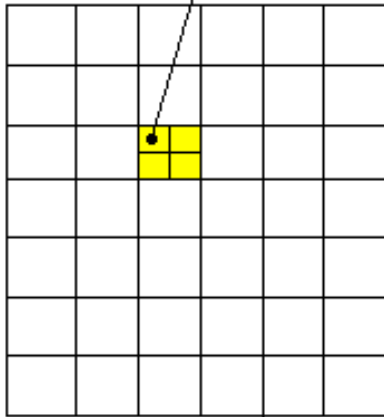


# Geometrické transformace obrazu

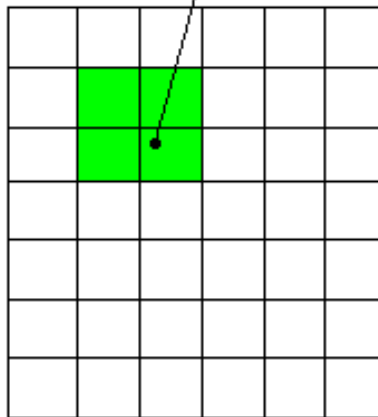
- *Přenos hodnot pixelů z původního obrazu (převzorkování)*

- *Metoda nejbližšího souseda (chyba až 0.5px)*
- *Bilineární transformace (4 px)*
- *Bikubická konvoluce (16px)*

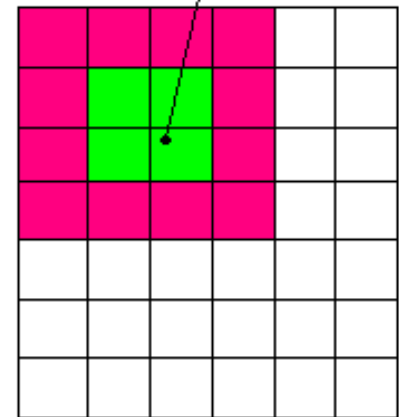
nejbližší soused



bilineární transf.-interpolace



bikubická transf.-interpolace



# Geometrické transformace obrazu

## *Matematické vyjádření*

- *Polynomická transformace (DPZ)*

$$x = a_0 + a_1X + a_2Y + a_3X^2 + a_4XY + a_5Y^2 + \dots$$

$$y = b_0 + b_1X + b_2Y + b_3X^2 + b_4XY + b_5Y^2 + \dots$$

- *Fotogrammetrie*

$$x' = x'_0 - f \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

$$y' = y'_0 - f \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

# Geometrické transformace obrazu

- **Typy transformace (příklad):**
  1. **Orig.snímek**
  2. **Kolineární transformace s vb jen uprostřed**
  3. **Polynomická transformace v vb jen uprostřed**



# Digitální fotogrammetrie

## Jednosnímková digitální fotogrammetrie – kolineární transformace

$$X = \frac{a_1 \cdot x + a_2 \cdot y + a_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}, \quad Y = \frac{b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3}{c_1 \cdot x + c_2 \cdot y + 1}$$

**Transformační tabulka**

Identické body

Číslo	Poznámka	Uáha	Odch Y	Odch X
✓ 1	1	1.0000	0.004	0.003
✓ 2	2	1.0000	-0.004	-0.001
✓ 3	3	1.0000	-0.006	-0.005
✓ 4	4	1.0000	0.006	0.002
✓ 5	5	1.0000	0.002	0.002
✓ 6	6	1.0000	-0.002	-0.001

Typ transformace  
Kolin 2D  
Vyp. tran klíč

Nový id.bod  
Vyluč id.bod  
Vyluč všechny

**Transformační tabulka**

Identické body

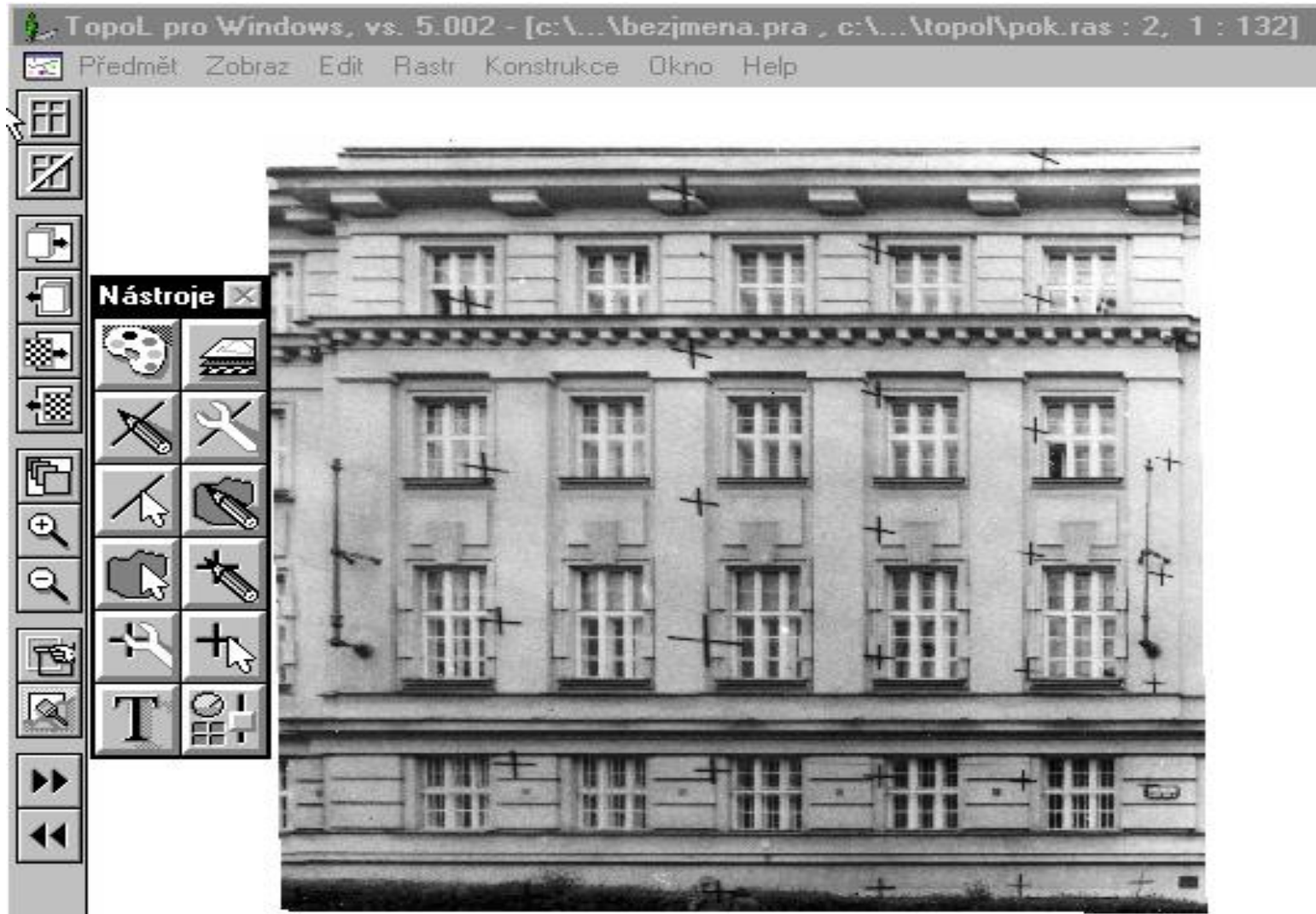
Číslo	Poznámka	Uáha	Odch Y	Odch X
✓ 1	1	1.0000	-1.235	0.722
✓ 2	2	1.0000	0.004	-0.064
✓ 3	3	1.0000	0.081	0.064
✓ 4	4	1.0000	1.184	0.068
✓ 5	5	1.0000	-0.326	-1.088
✓ 6	6	1.0000	0.292	0.298

Typ transformace  
Podobn 2D  
Vyp. tran klíč

Nový id.bod  
Vyluč id.bod

# Digitální jednosním. fotogrammetrie

- Tvorba fotoplánů



# Digitální jednosním. fotogrammetrie

- Orig.snímek



- Fotoplán



# Digitální fotogrammetrie

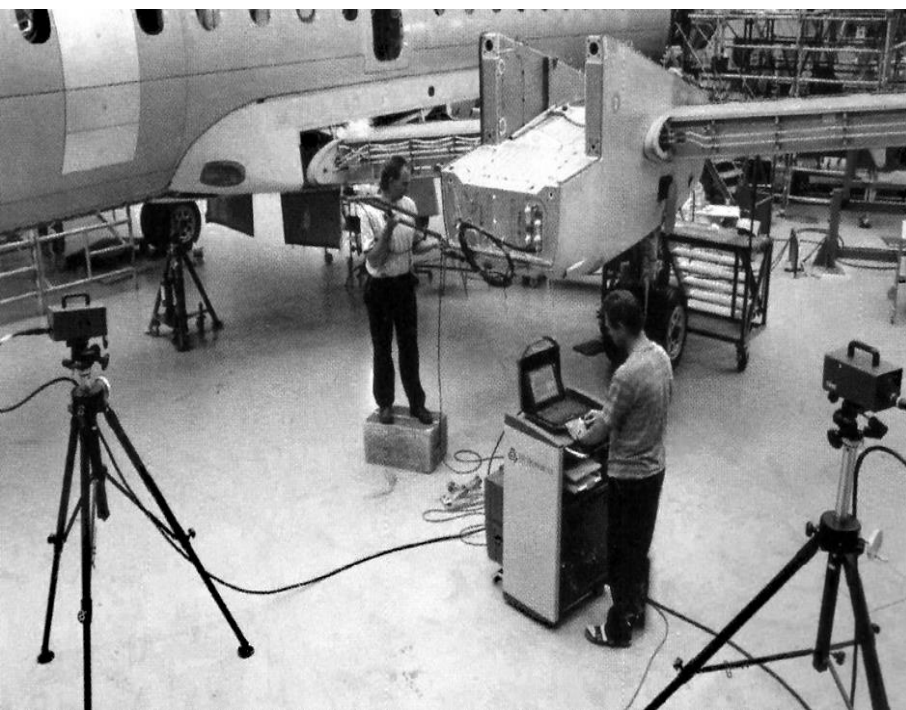
Průřeková digitální  
fotogrammetrie

$$\begin{pmatrix} x' - x'_0 + \Delta x' \\ z' - z'_0 + \Delta z' \\ -f \end{pmatrix} = m \cdot \mathbf{R}^T \cdot \begin{pmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{pmatrix}$$



# Digitální průseková fotogrammetrie

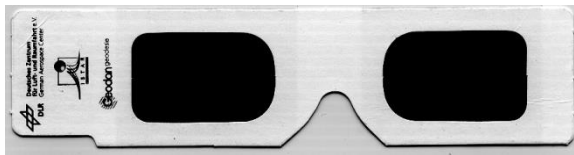
- Technické systémy
- Již v 90. letech  
20.století



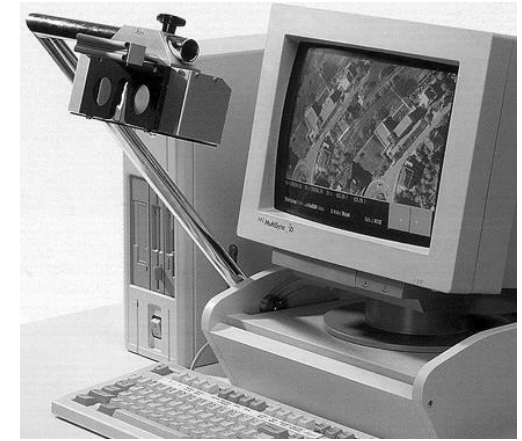


# Digitální stereofotogrammetrie

- Stereoskopy



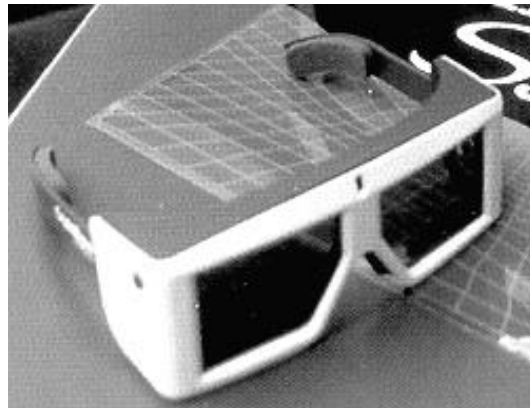
- Anaglyfy



- Polarizační systémy



- CrystalEyes©



# Digitální stereofotogrammetrie

- *Sada stereovidění s krystalovými brýlemi (Imagestation SSK), 1999*
- Současná podoba DPW



# **Postupy digitální fotogrammetrie**

# Teorie obrazové korelace

- Princip: porovnání dvou obrazů na základě míry podobnosti (korelační koeficient)
- Cíl: vyhledání snímkových souřadnic homologických bodů

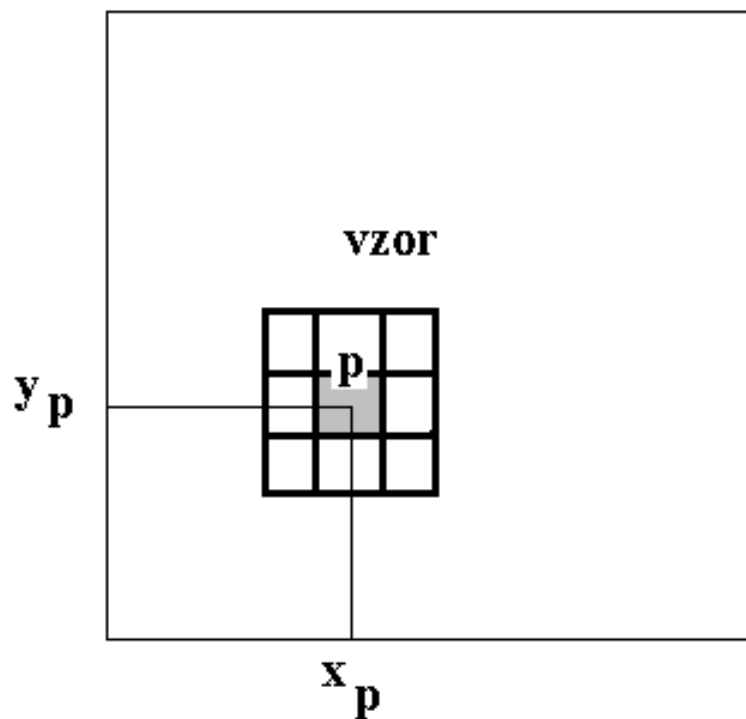
$$r(x_P, y_P, i, j) = \frac{\text{cov}[f_A(x_P, y_P), f_B(x_P + i, y_P + j)]}{\sqrt{(D[f_A(x_P, y_P)]^2 \cdot D[f_B(x_P + i, y_P + j)]^2)}}$$

kde  $f_A$  a  $f_B$  jsou hodnoty obrazové funkce v obraze A (levý snímek) a B (pravý snímek).

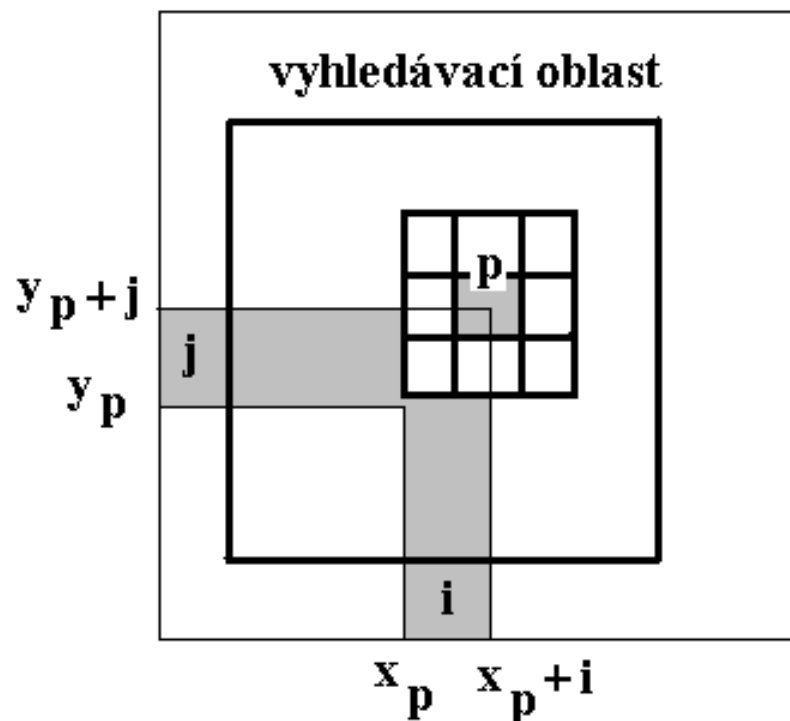
# Teorie obrazové korelace

Výpočty jsou prováděny pro čtvercové okolí o rozměrech  $(2n+1) \times (2n+1)$ . Korelační koeficient může nabývat hodnot o  $-1$  (prakticky od  $0$ ) do  $1$  s tím, že hodnota  $1$  znamená úplnou shodu. Výhodou tohoto postupu je, že výpočet je nezávislý na změně jasu i kontrastu ve snímku.

levý snímek A



pravý snímek B



# Teorie obrazové korelace

- Rozepsání pro obraz

$$r(x_P, y_P, i, j) = \frac{1}{C} \sum_{x=-n}^n \sum_{y=-n}^n [f_A(x + x_P, y + y_P) - \bar{f}_A(x_P, y_P)] \cdot [f_B(x + x_P + i, y + y_P + j) - \bar{f}_B(x_P + i, y_P + j)]$$

$$C = (2n + 1)^2 \cdot \sigma_1(x_P, y_P) \cdot \sigma_2(x_P + i, y_P + j)$$

kde následující výrazy jsou průměrné hodnoty obrazové funkce v okénku v levém a dále pravém snímku

$$\bar{f}_A(x_P, y_P) = (2n + 1)^2 \sum_{x=-n}^n \sum_{y=-n}^n [f_A(x + x_P, y + y_P)]$$

$$\bar{f}_B(x_P + i, y_P + j) = (2n + 1)^2 \sum_{x=-n}^n \sum_{y=-n}^n [f_B(x + x_P + i, y + y_P + j)]$$

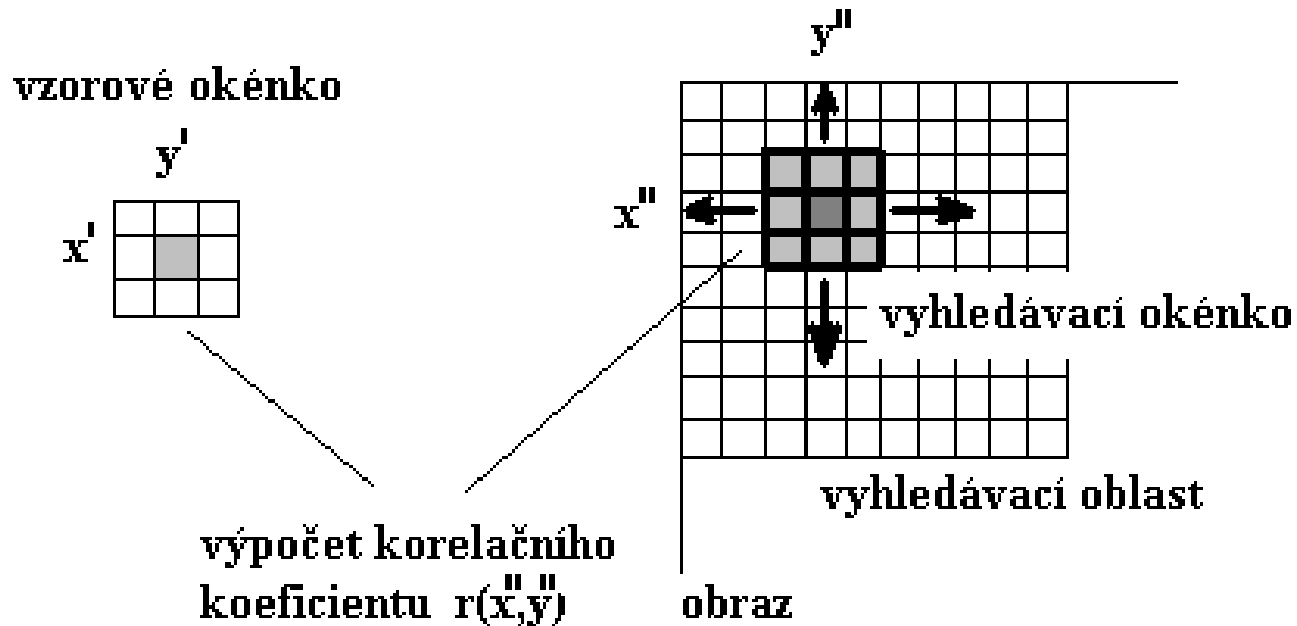
# Obrazová korelace

technika vyhledání bodů - existují dva způsoby:

- víme, jak objekt (rámová značka, křížek z réseau komory, obraz vlíčovacího signalizovaného bodu) vypadá a jsme schopni vytvořit jejich vzorovou podobu
- máme obecný bod na jednom snímku (např. ze stereodvojice) a hledáme homologický bod na snímku druhém

# Obrazová korelace

Pro oba typy musíme zvolit dostatečné okolí objektu nebo bodu ve formě obrazové submatice (tzv.vzorové okénko). Ve známé nebo odhadnuté přibližné poloze hledaného objektu či bodu zvolíme dostatečně velkou vyhledávací oblast (opět submatice), v níž zvolíme vyhledávací okénko o stejné velikosti jako má vzorové okénko. Vypočteme jejich vzájemnou obrazovou korelaci (korelační koeficient) a zaznamenáme polohu středu vyhledávacího okénka ve snímku, posuneme vyhledávací okénko ve vyhledávací oblasti o jeden pixel a opět spočteme korelační koeficient a opět zaznamenáme polohu středu vyhledávacího okénka.... **Nalezenou polohu lze zpřesnit přechodem na polohu interpolovaného maxima na základě okolních hodnot.**





# Obrazová korelace

Polohu maximální korelace je možné vypočítat také za pomocí MNČ vyrovnáním zprostředkujících, které je užíváno ke zvýšení přesnosti polohy nalezených objektů. Vztah mezi vypočtenými korelačními koeficienty  $r_i$  a polohou  $x_i, y_i$  vyhledávacího okénka ve vyhledávací oblasti popisuje diskrétní korelační funkce. Hledáme její maximum se subpixelovou přesností.

Vzhledem k tomu, že maximálních hodnot dosahuje pouze v omezené oblasti, můžeme diskrétní korelační funkci nahradit spojitou funkcí a popsat ji např. polynomem druhého stupně:

$$r = \bar{r} + v = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy + a_4x^2 + a_5y^2$$

# Obrazová korelace

Pro často uvažovaná schémata (matici) 3x3 nebo 5x5 korelačních koeficientů dojde k vyrovnání, určíme koeficienty  $a_i$  a hledáme lokální maximum funkce. Derivováním této rovnice nalezneme hledané maximum  $x_{\max}, y_{\max}$  :

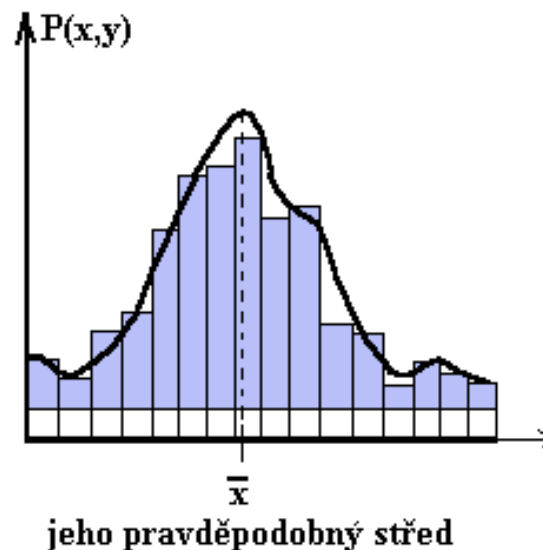
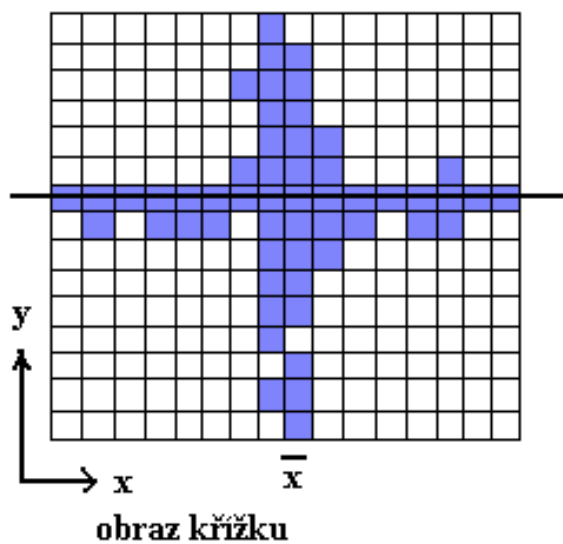
$$\begin{pmatrix} \partial r / \partial x \\ \partial r / \partial y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2a_4 & a_3 \\ a_3 & 2a_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{\max} \\ y_{\max} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# Subpixelová transformace

- Pixel je v digitálním snímku je základní jednotkou obrazu. Vzhledem k tomu, že má ale konečnou velikost a zaujímá tedy určitou plochu, můžeme uvažovat při určitých úlohách i o souřadnicích uvnitř pixelu.

# Subpixelová transformace

- 1) Objekty, jejichž polohu a tvar přibližně známe, lze automaticky přesně lokalizovat na základě vypočteného maxima (bílé objekty) nebo minima (černé objekty) obrazové funkce (např. rámové značky či sign.body).
- V okolí přibližné polohy hledáme extrém obrazové funkce s tím, že pro upřesnění polohy uvnitř nalezeného pixelu s extrémní hodnotou vypočteme na základě lokálního proložení okolních hodnot pixelů vhodnou funkcí statisticky nejpravděpodobnější střed objektu



# Subpixelová transformace

- 2) Jinou možností je vyhledání středu objektu se subpixelovou přesností vlícováním obrazu předmětu na vzor (např. vzorovou rámovou značku). Užívá se metodou MNČ (*least square matching, LSM*). Předpokládejme, že poloha středu obrazu  $B$  se od vzoru  $A$  liší o posun  $(a_1, a_2)$ :

$$p_B(x) = p_A(x + a_1)$$

$$p_B(y) = p_A(y + a_2)$$

Obrazy  $A$  a  $B$  se neliší ale jen v posunu, ale i v denzitě (ve stupni šedi). Korekční člen bude mít význam měřítkové úpravy (lineární), tj. přidáme opravy a vzoru  $A$  přiřadíme korekce  $a_3$ - $a_6$ :

$$v_x + p_B(x) = p_A(x + a_1)a_3 + a_5$$

$$v_y + p_B(y) = p_A(y + a_2)a_4 + a_6$$

# Subpixelová transformace

- Výraz derivujeme; v případě, že  $a_1$  a  $a_2$  jsou malá, lze psát přímo rovnice oprav :

$$v_x + p_B(x) = (p_A(x) + p'_A(x)a_1)a_3 + a_5$$

$$v_y + p_B(y) = (p_A(y) + p'_A(y)a_2)a_4 + a_6$$

$$v_x + p_B(x) = p_A \cdot a_3(x) + p'_A \cdot a_3 a_1(x) + a_5$$

$$v_y + p_B(y) = p_A \cdot a_4(y) + p'_A \cdot a_4 a_2(y) + a_6$$

Substitucí  $a_3 \cdot a_1 = b_1$  a  $a_4 \cdot a_2 = b_2$  dostaneme linearizované rovnice pro vyrovnání MNČ dle zprostředkujících.

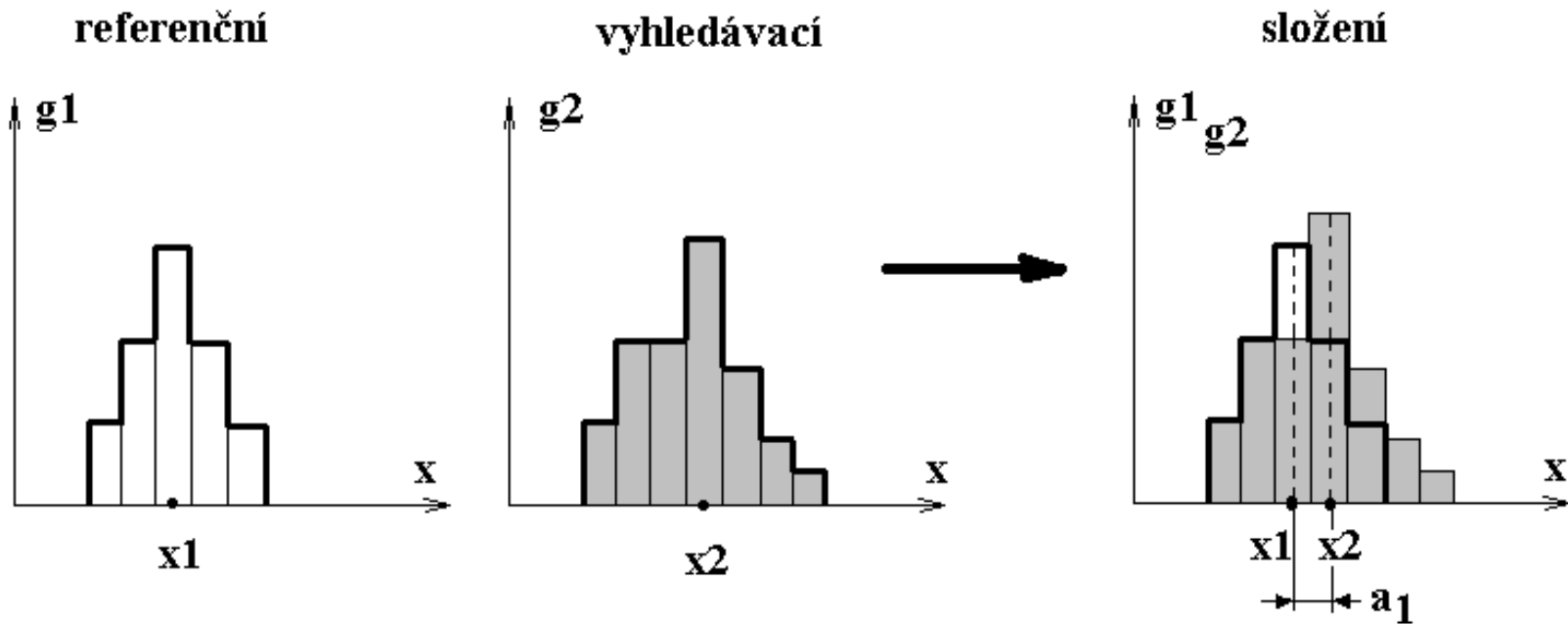
$$v_x = p'_A(x) \cdot b_1 + p_A(x) \cdot a_3 + a_5 - p_B(x)$$

$$v_y = p'_A(y) \cdot b_2 + p_A(y) \cdot a_4 + a_6 - p_B(y)$$

Hodnoty  $p_A$ ,  $p_B$  jsou stupně šedi odpovídajícího si pixelu v obrazu i vzoru,  $p'_A$  jsou derivace (diference) ve směru jednotlivých os (sklon šedotónových profilů), které nahradíme diferencemi.

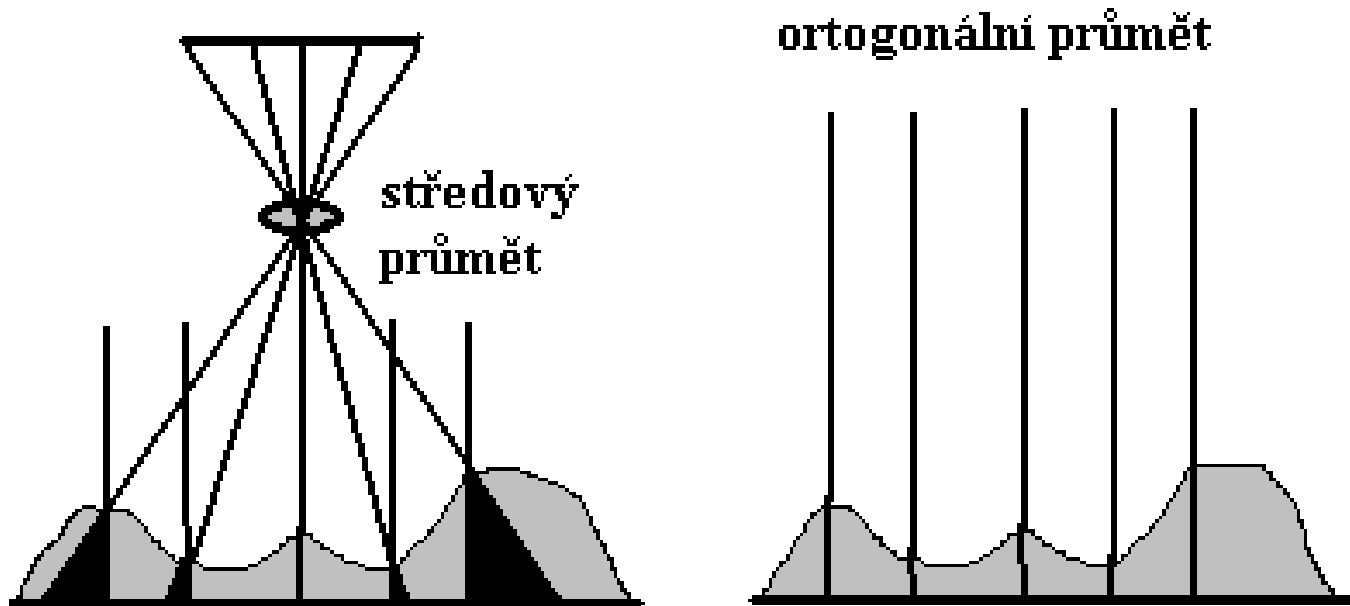
# Subpixelová transformace

- Princip subpixelové transformace s MNČ



# Digitální ortofoto

- Převod středového promítání na ortogonální – na tzv. **ortofoto**- umožňuje pracovat s obrazovou informací jako s mapou a vkládat ji jako datovou vrstvu do GIS.





# Digitální ortofoto

## 1) Digitální ortofoto na základě DMT a jednoho snímku

Pomocí vlíčovacích bodů lze na snímcích určit prvky vnější orientace (celkem šest pro každý snímek). V případě, že známe dostatečně přesný digitální model terénu (DMT) pro vyhodnocované území, je postup následující: vytvoříme nový prázdný  $p_{i,j} = 0$  digitální snímek souřadnicově totožný s DMT; pro každý pixel v DMT  $X, Y, Z$  na základě rovnic provedeme nepřímou geometrickou transformaci podle:

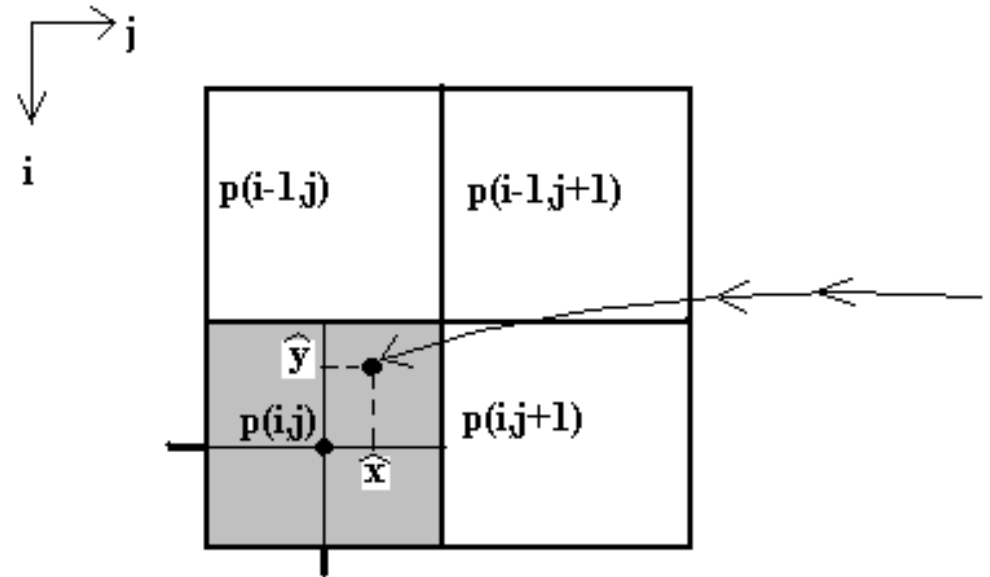
$$x' = x'_0 - f \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$
$$y' = y'_0 - f \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)}$$

# Digitální ortofoto

Pro obecně neceločíselné  $x', y'$  hledáme ve snímku odpovídající hodnotu pixelu ( $p_{i,j}$ ) na základě interpolačního matematického vztahu, např. lze užít bilineární interpolace:

$$\hat{x} = x' - \text{int}(x'), \quad \hat{y} = y' - \text{int}(y')$$

$$p_{x',y'} = a_0 + a_1 \cdot \hat{x} + a_2 \cdot \hat{y} + a_3 \cdot \hat{x} \cdot \hat{y}$$

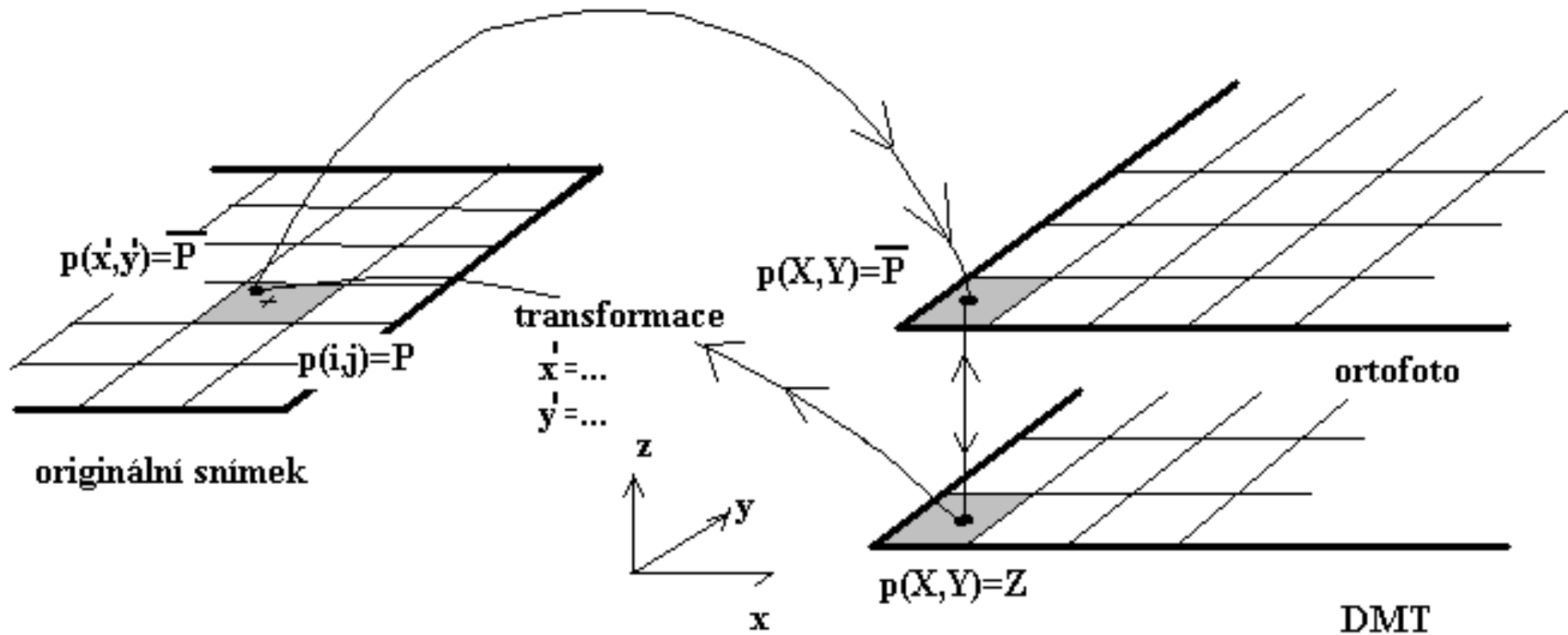


kde  $\hat{x}, \hat{y}$  jsou subpixelové souřadnice s počátkem v bodě o hodnotě šedi  $p(i,j)$ , koeficienty  $a_0 - a_3$  získáme výpočtem pomocí čtyř okolních hodnot šedi,  $\delta$  je šířka pixelu:

$$\begin{pmatrix} p(i, j) \\ p(i, j + 1) \\ p(i - 1, j) \\ p(i - 1, j + 1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \delta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \delta & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \delta^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1/\delta & 1/\delta & 0 & 0 \\ -1/\delta & 0 & 1/\delta & 0 \\ 1/\delta^2 & -1/\delta^2 & -1/\delta^2 & 1/\delta^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p(i, j) \\ p(i, j + 1) \\ p(i - 1, j) \\ p(i - 1, j + 1) \end{pmatrix}$$

# Digitální ortofoto

- Princip tvorby



# Digitální ortofoto

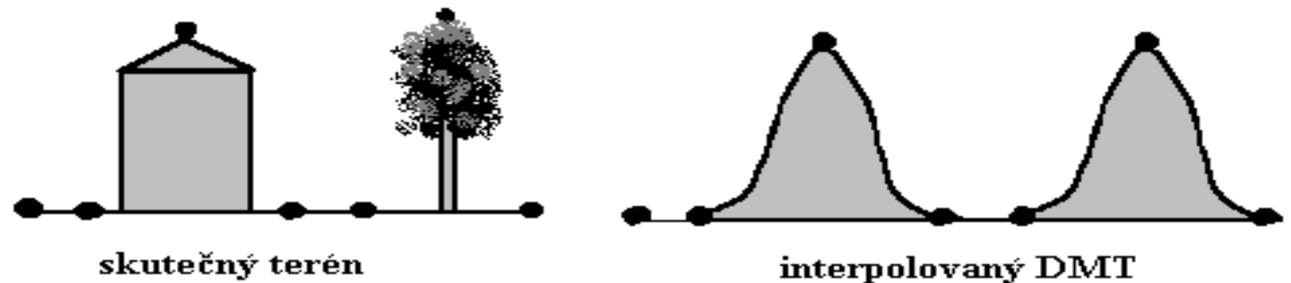
## 2) Digitální ortofoto ze stereodvojice

Pokud nemáme přesný DMT, je třeba ho vytvořit – nejlépe automatickým postupem ze stereodvojice; k tomu potřebujeme znát horizontální paralaxy všech bodů, tj. napřed musíme znát snímkové souřadnice homologických bodů

Ze snímkových souřadnic homologického bodu (na levém i pravém snímku dvojice) vypočteme geodetické 3D souřadnice  $(x', y', x'', y'' \rightarrow X, Y, Z)$  a vytvoříme DMT. Posuneme se ve směru řádky o jeden pixel v levém snímku, posuneme i vyhledávací oblast v pravém snímku a postup opakujeme pro všechny pixely překrytového území.

# Problematika tvorby digitálního ortofota

- Automatický postup tvorby „DMT“ dává digitální model povrchu!



- Lze využít filtrací nebo ruční editace
- Problém zakrytých prostor (zejména v aglomeracích)



# Problematika tvorby digitálního ortofota

- Spojování do ortofoto-mozaiky



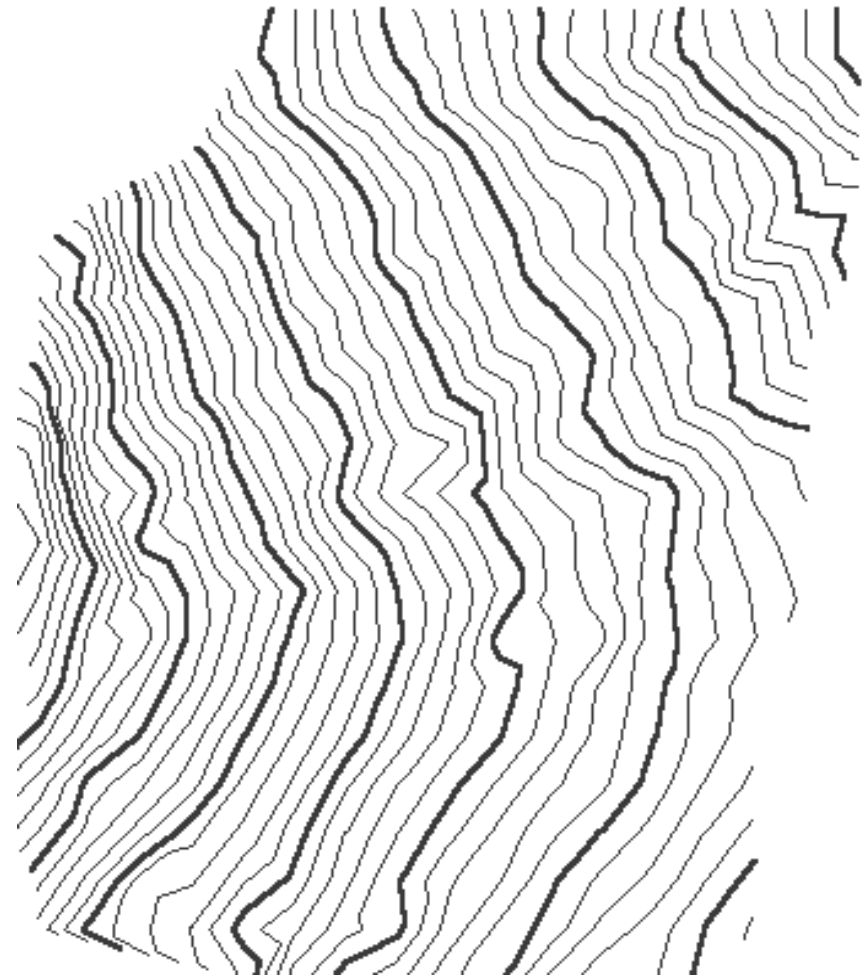
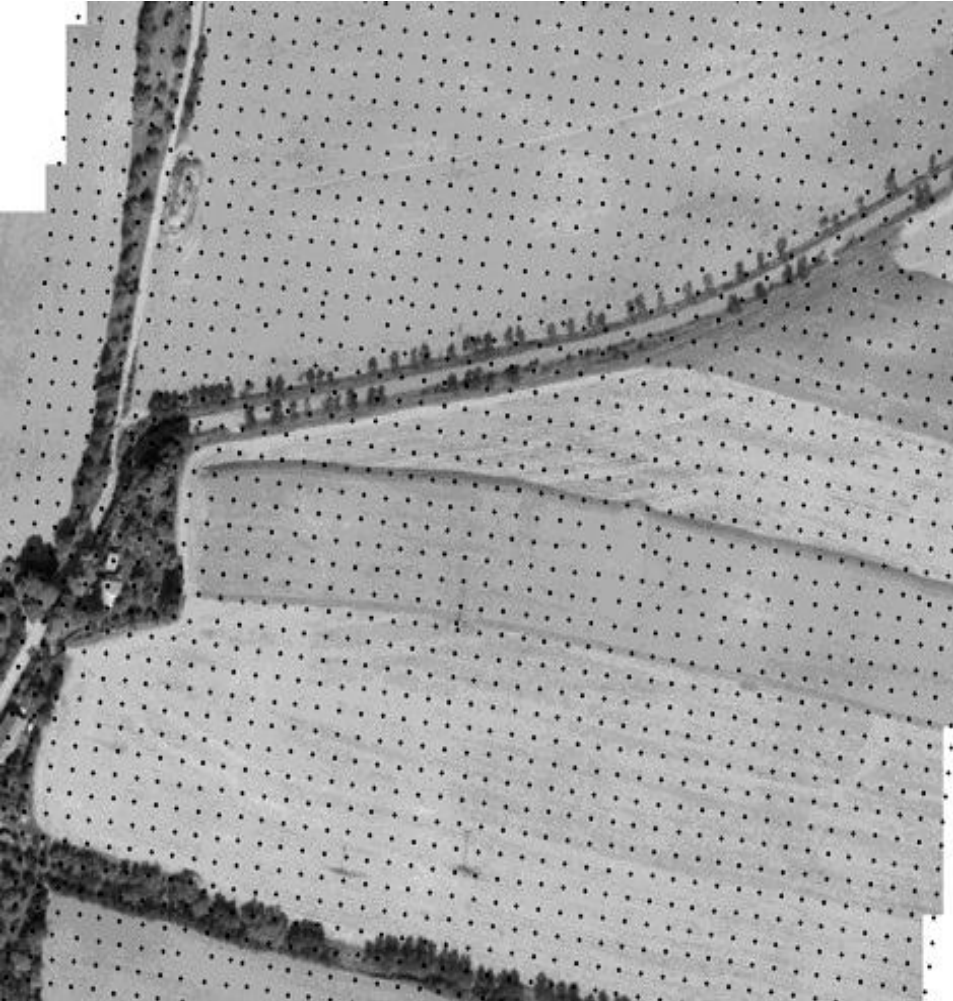
# Digitální ortofoto a DMT

- Tvorba výškopisu - výsledek automatické tvorby DTM (vlevo) a editovaný a vyhlazený DMT



# Digitální ortofoto a DMT

- Tvorba výškopisu - automaticky nalezené body, výsledné upravené vrstevnice





# Speciální postupy digitální fotogrammetrie

# SfM (structure from motion), IBMR (image based modeling and rendering)

- Moderní technologie zejména pro blízkou fm (cca 30m) a „dronovou“ fm
- Automatická AAT
- Tvorba DMP a ortofota

# SfM a IBMR

- Postup:
- Pořízení snímků s velkým překrytem
- Vložení snímků do sw, založení projektu
- Tvorba řídkého mračna bodů (sparse point cloud) – klíčové body (key points ve snímcích), matching („přiřazení“)-výpočet prvků vnitřní a vnější orientace s vyrovnáním

# SfM a IBMR

- Filtrace modelu
- Tvorba hustého mračna bodů (dense point cloud), tzn. nalezení bodů, které mají obraz alespoň na dvou snímcích a výpočet jejich  $x, y, z$
- Editace modelu
- Tvorba sítě (mesh, TIN)
- Tvorba textury
- Tvorba DMP a ortofota

Digitální fotoaparát + software  
založený na digitální obrazové  
korelaci (Agisoft Photoscan -  
Metashape, Zephyr 3D, pix4D,  
123catch atd.)





Workspace ✕



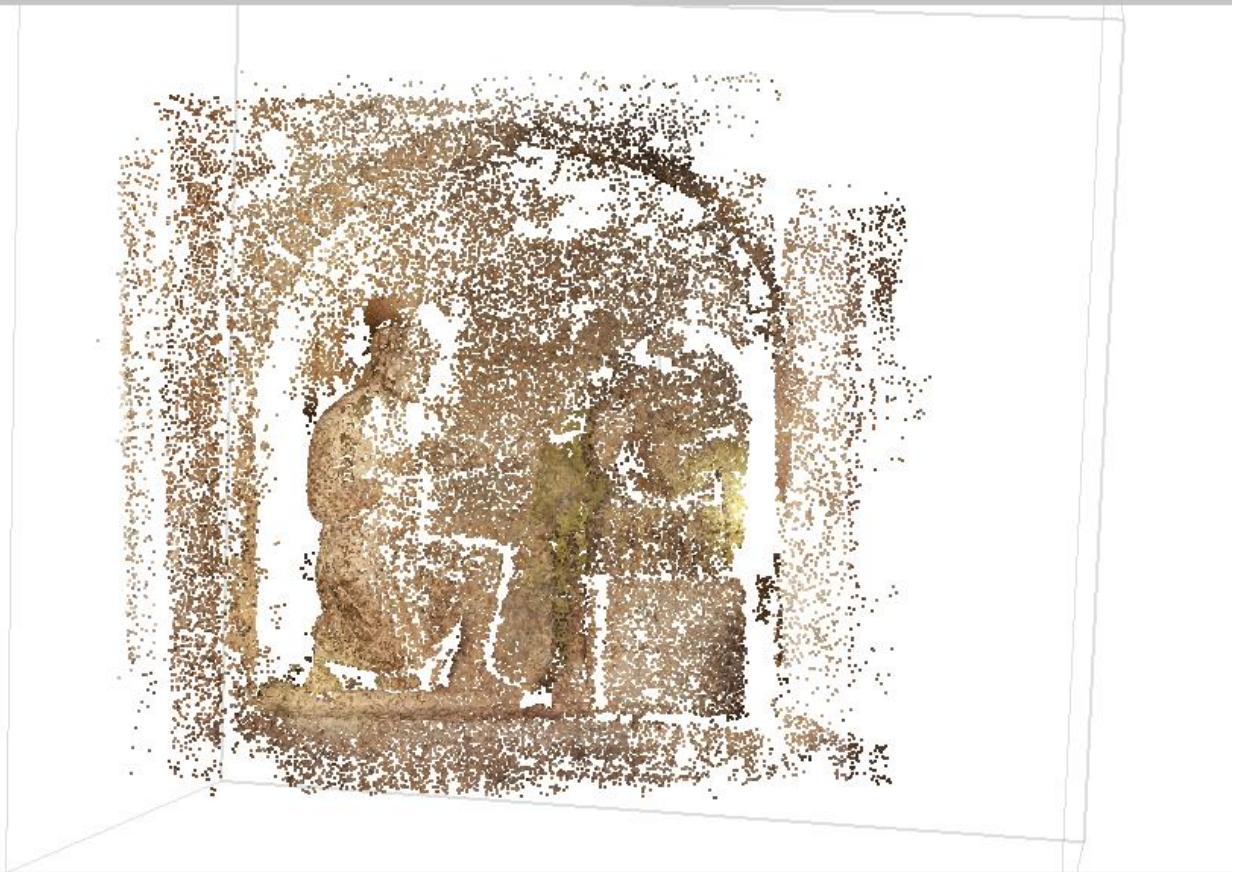
Workspaces (1 chunks, 138 cameras)

▶ **Chunk 1 (138 cameras, 102,301 points) [T]**

Model Ortho

Perspective 30°

102,301 points



Photos





workspace [X]



Workspace (1 chunks, 138 cameras)

Chunk 1 (138 cameras, 102,301 points) [T]

Model Ortho

Perspective 30°



points: 57,778,176

Photos



IMG\_3975

IMG\_3976

IMG\_3977

IMG\_3978

IMG\_4782

IMG\_4783

IMG\_4784

IMG\_4785

Model Ortho

Perspective 30°



Faces: 1,283,957 vertices: 1,232,169





# Drony křídla

eBee



eBee Plus

# Drony multikoptéry

DJI Mavic pro



DJI Phantom 4  
RTK

# Processing Options



1. Initial Processing



2. Point Cloud and Mesh



3. DSM, Orthomosaic and Index



Resources and Notifications

General

Matching

Calibration

## Targeted Number of Keypoints

- Automatic  
 Custom

Number of Keypoints:

## Calibration

Calibration Method

### Camera Optimization

Internal Parameters Optimization:

External Parameters Optimization:

## Rematch

- Automatic  
 Custom

Rematch

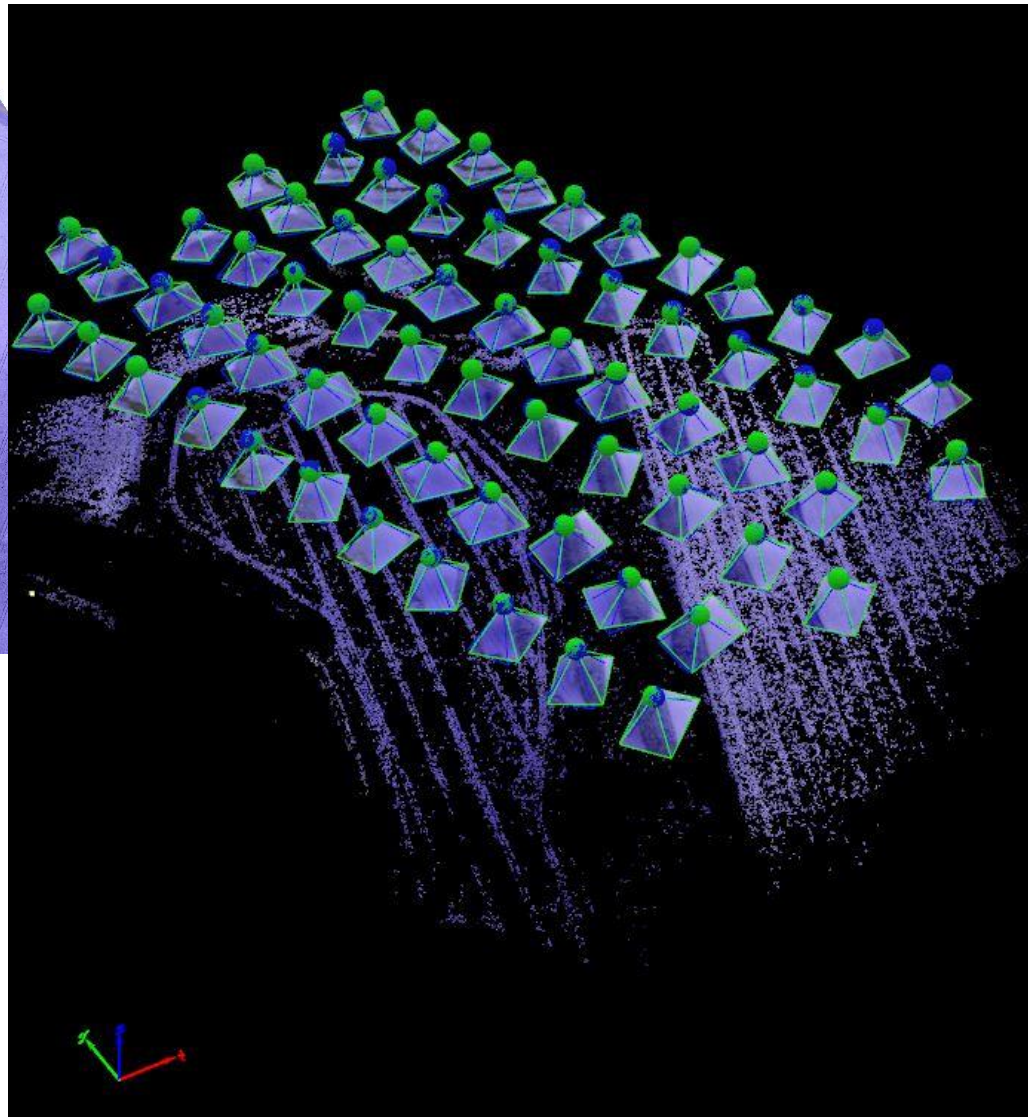
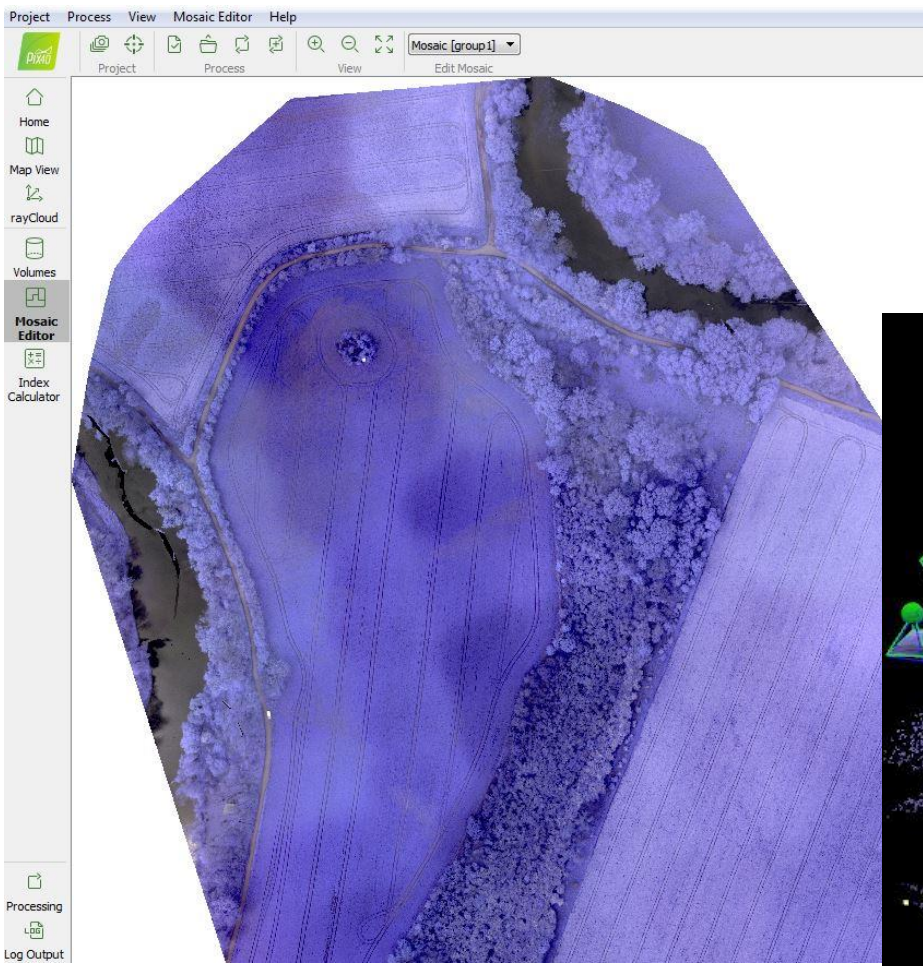
## Pre-Processing

*Note: this option is available only with Parrot Bebop images.*

Automatic Sky Masking

## Export

- Camera Internals and Externals, AAT, BBA  
 Undistorted Images



Pix4Mapper - brezno-zpracovani

Project Process View Index Calculator Help

Project Process View Reflectance Map Index Map Regions

Index Calculator

▼ 1. Reflectance Map

Generate Help

Band	nm	Min	Avg	Max	Stdev	Var
red	625	0.10	3525.44	36500.03	2040.57	4163916.92
green	560	99.50	3684.62	38140.67	2012.88	4051680.10
nir	850	439.13	15236.87	37819.05	5360.77	28737899.98

▼ 2. Regions

Whole M Draw Clear Regions... Help

▼ 3. Index Map

Name Formula

ndvi =  $(\text{nir} - \text{red}) / (\text{nir} + \text{red})$

Edit... Indices... Generate Help

Band	Min	Avg	Max	Stdev	Var
band1	-0.58	0.61	1.00	0.21	0.04

▼ 4. Color Maps and Prescription

Number of Classes 10 Equal Area Help

Min/Max -0.01 - 1.00 Clamped

Color	Min	Max	Area [ha]	Area [%]
	0.83	1.00	2.54	9.94
	0.79	0.83	2.56	10.01
	0.73	0.79	2.56	10.00
	0.67	0.73	2.56	10.01
	0.62	0.67	2.56	10.01
	0.59	0.62	2.56	10.00
	0.55	0.59	2.56	10.02
	0.52	0.55	2.56	10.01
	0.46	0.52	2.56	10.00
	-0.01	0.46	2.56	10.00

RdYGrn Invert Prescription...

▼ 5. Export

Index Values and Rates as Polygon Shapefiles (SHP) with Grid Export

Colored Index Map (GeoTIFF) and GeoJPG (JPG): Export

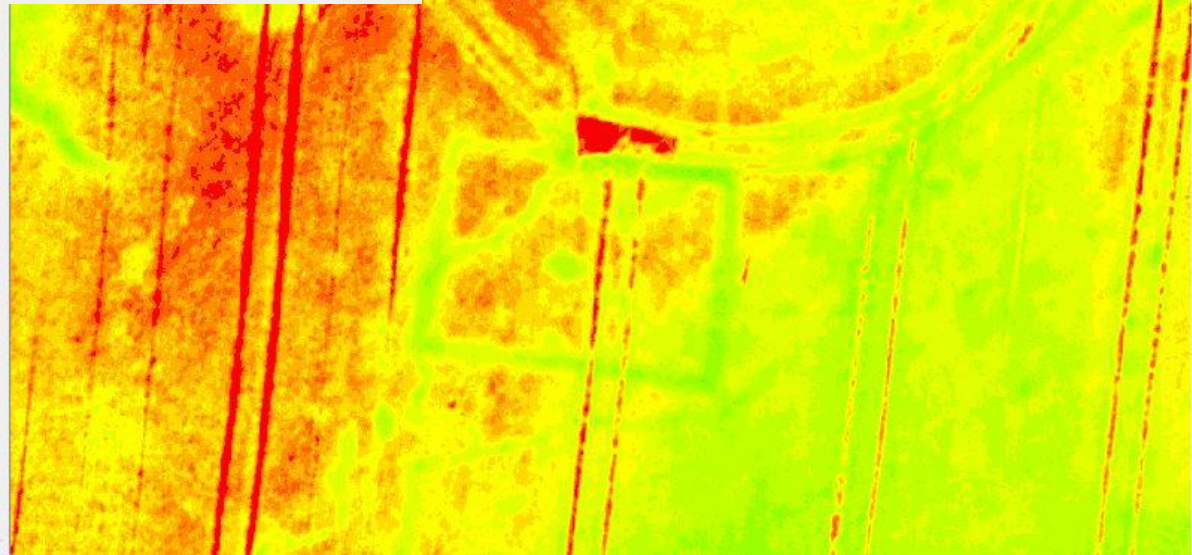
Upload Reflectance Map to MicaSense Atlas: Upload

Help

WGS 84 / UTM zone 33N - (410990.27, 5579996.00) [m]

Reflectance Map [red] Show Index Map Lock Regions

Reflectance Map Index Map Regions



# Digitální stereofotogrammetrie

- Technologie vyhodnocení
- Projekt snímkového letu
- Provedení letu
- AAT
- Podrobné vyhodnocení obsahu (polohopis, výškopis, tvorba ortofota)
  - Vnitřní (interní) orientace
  - Vnější orientace (klasický postup jako rel.or. a abs.or nebo jako svazkové vyrovnání)

# Epipolární geometrie

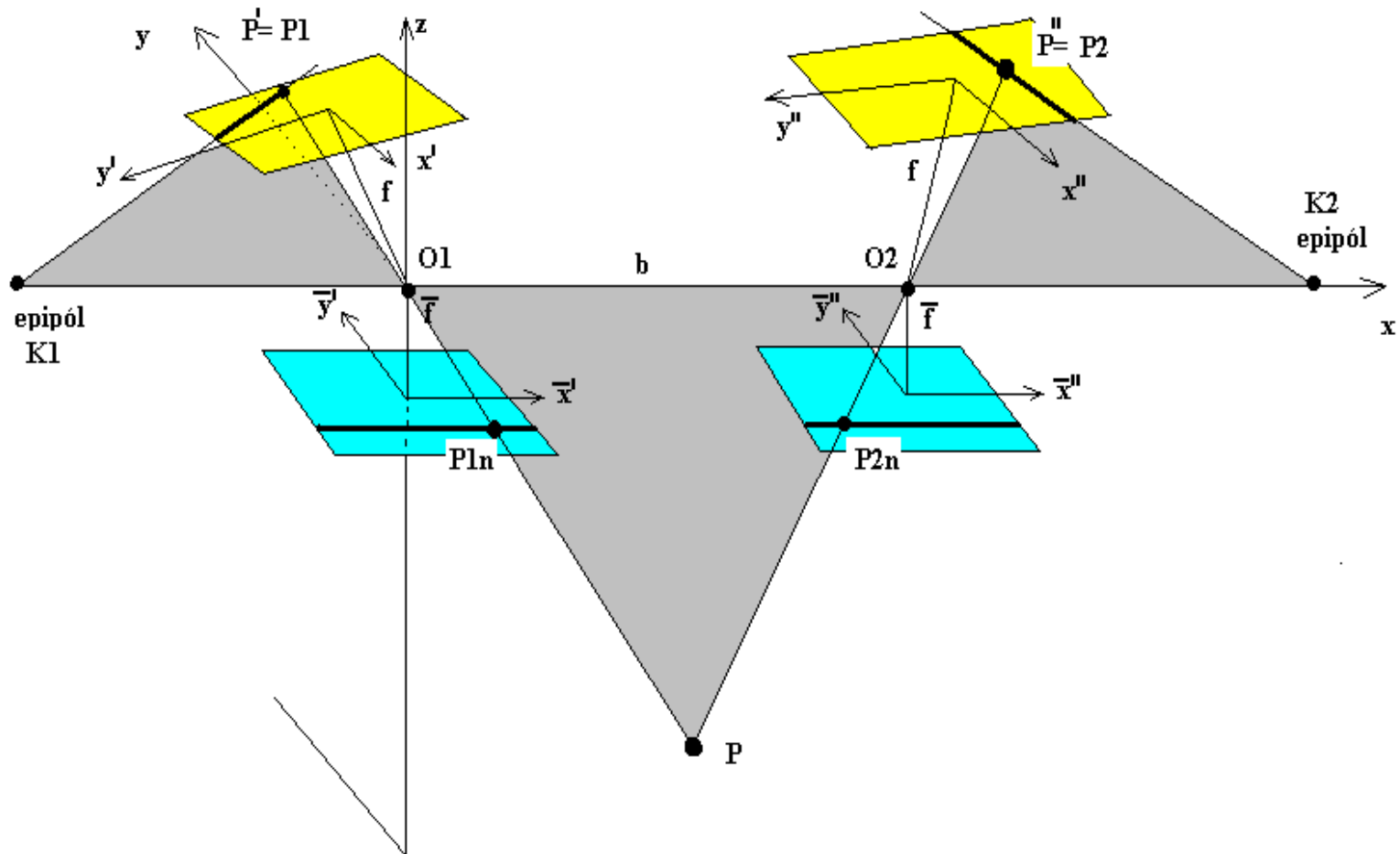
Pokud bychom používali obecně skloněné snímky, **měnily by se při změně výšky všechny tři snímkové souřadnice**. Skutečné snímky např. v analogových strojích můžeme skutečně naklonit, potočit, posunout apod. a vytvořit stereoskopický model pouze s horizontálními paralaxami, který můžeme pozorovat. S digitálními snímky se tímto způsobem nepracuje. Abychom ale mohli stereoskopicky vyhodnocované území pozorovat, je nutno počítačové vidění přizpůsobit lidskému, tj. vytvořit obraz, který jeví pouze horizontální paralaxu. Využít můžeme dva postupy:

- převedeme oba snímky na normální případ pomocí kolineární transformace; nevýhodou je, že transformací obraz mírně degradujeme a musíme počítat s dalším prostorem na disku, pokud se bude normální případ ukládat
- použijeme epipolární transformaci (epipolární geometrie, geometrie jádra), kdy pozorujeme pouze malou část virtuálně utvořeného modelu, užívajícího originálních snímků



# Epipolární geometrie

Epipolární geometrie je geometrický vztah; bod na scéně a obě projekční centra leží v jedné rovině (viz podmínka komplanarity). Daný bod na levém snímku musí mít svůj obraz na známé přímce v pravém snímku.



# Epipolární geometrie

Nechť  $P'(x', y', z' = -f)$  je homogenní bod v levém snímku,  $K_1(x'_{K1}, y'_{K1}, z'_{K1})$  je epipól (jádro), vyjádřený souřadnicemi levého snímku. Epipolární paprsek (linie) vedoucí přes  $P'$  a  $K_1$  je reprezentovaná vektorem  $l' = (a', b', c')^T = [(x', y', z') \times (x'_{K1}, y'_{K1}, z'_{K1})]$

Vztah lze zapsat jako:

$$\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y'z'_{K1} - z'y'_{K1} \\ z'x'_{K1} - x'z'_{K1} \\ x'y'_{K1} - y'x'_{K1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & z'_{K1} & -y'_{K1} \\ -z'_{K1} & 0 & x'_{K1} \\ y'_{K1} & -x'_{K1} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{l}' = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}'$$

Vztah epipolárního vektoru  $l'$  k vektoru  $l''$  ve druhém snímku je kolineární :

$$\mathbf{l}'' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{l}' = \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}' = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}'$$

kde  $\mathbf{F}$  se nazývá fundamentální matice. Je-li  $P''$  homogenní k  $P'$ , musí ležet na epipolární linii  $l''$ .

# Epipolární geometrie

Pak platí základní epipolární vztah:

$$\mathbf{x}'' \cdot \mathbf{l}'' = 0 \Rightarrow \mathbf{x}''^T \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{x}' = 0$$

Dále definujeme převod obecných snímků na normální případ. Matematický vztah mezi snímkovými souřadnicemi  $x', y', x'', y''$  a souřadnicemi snímků normálního případu  $x'_N, y'_N, x''_N, y''_N$  definuje známý kolineární vztah, kam dosadíme  $(z-z_0) = -f_N$  a za  $x'_0, y'_0 = 0$ :

$$x' = -f \frac{r_{11}x'_N + r_{21}y'_N - r_{31}f_N}{r_{13}x'_N + r_{23}y'_N - r_{33}f_N}, \quad y' = -f \frac{r_{12}x'_N + r_{22}y'_N - r_{32}f_N}{r_{13}x'_N + r_{23}y'_N - r_{33}f_N}$$

Inverzí vztahu získáme rovnice pro výpočet souřadnic normálního případu (praktické provedení je ale pomocí nepřímé geometrické transformace).

$$x'_N = -f_N \frac{r_{11}x' + r_{12}y' - r_{13}f}{r_{31}x' + r_{32}y' - r_{33}f}, \quad y'_N = -f_N \frac{r_{21}x' + r_{22}y' - r_{23}f}{r_{31}x' + r_{32}y' - r_{33}f}$$

Práce s transformovanými snímky na normální případ je výhodná. Umožňuje stereovidění a dále při korelačních úlohách (např. digitální ortofoto) převádí korelaci na jednodimensionální problém, jelikož homologické body na obou normálních snímcích leží na jedné přímce a mají tedy stejnou souřadnici  $y' = y''$ .

# Epipolární transformace

Pokud nepotřebujeme nebo nechceme přetransformovat oba snímky na normální snímky, můžeme použít epipolární geometrii (geometrii jádra).

Epipóly pro normální snímky leží v nekonečnu - epipóly obecných snímků leží na spojnici projekčních center.

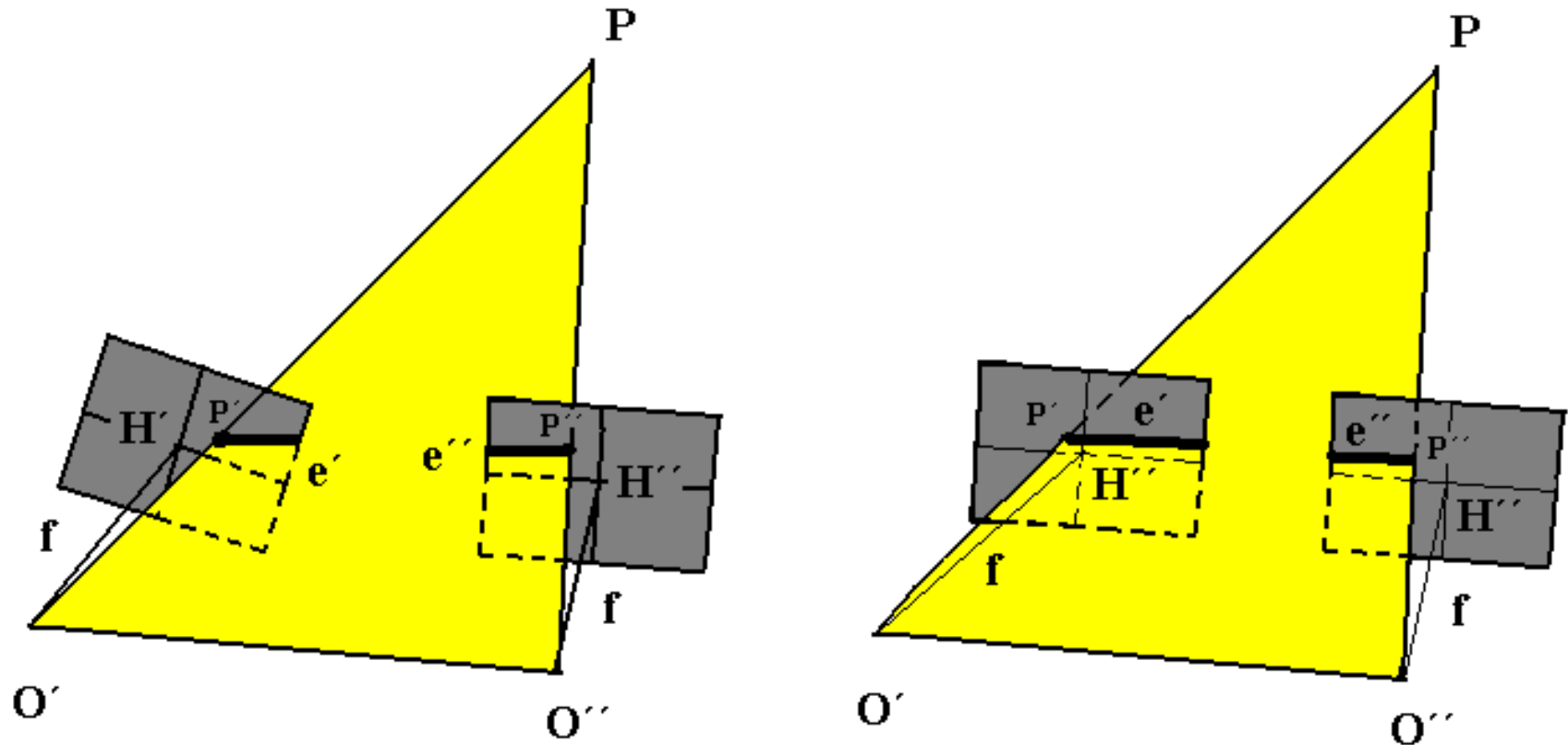
V případě, že se nám podaří vyhledat odpovídající si epipolární paprsky v obou originálních snímcích, můžeme využít výhod normálních snímků. Zvolíme-li na levém originálním snímku bod  $P_1$ , pak jistě leží na epipolární linii  $P_1K_1$ . Pomocí kolineace vypočteme polohu bodu  $P_1(x',y')$  v levém normálním snímku  $P_{1N}(x'_N,y'_N)$ .

Tento bod převedeme do pravého normálního snímku jako  $P_{2N}(x''_N,y''_N)$  tak, aby platilo:  $x'_N = x''_N$  a  $y'_N = y''_N$ , souřadnici ve směru  $x$  násobíme konstantou, která odpovídá délce základy ve snímku. Nakonec opět transformujeme bod  $P_{2N}(x''_N,y''_N)$  do originálního pravého snímku.

Získáme bod  $P_2$ , který leží na epipolárním paprsku  $P_2K_2$ , který koresponduje s paprskem  $P_1K_1$ . Přesně svislé snímky nelze takto přetvořit a pro snímky s velmi malými náklony bude značná nejistota v poloze jader  $K_1$  a  $K_2$ . Výsledkem je systém, kde se pro libovolnou polohu bodu v originálním levém snímku vypočte v reálném čase korespondující oblast v pravém originálním snímku tak, že vzniká obraz bez vertikálních paralax, tj. **neustále se přepočítává část pravého snímku tak, aby se udržel stereovjem.**

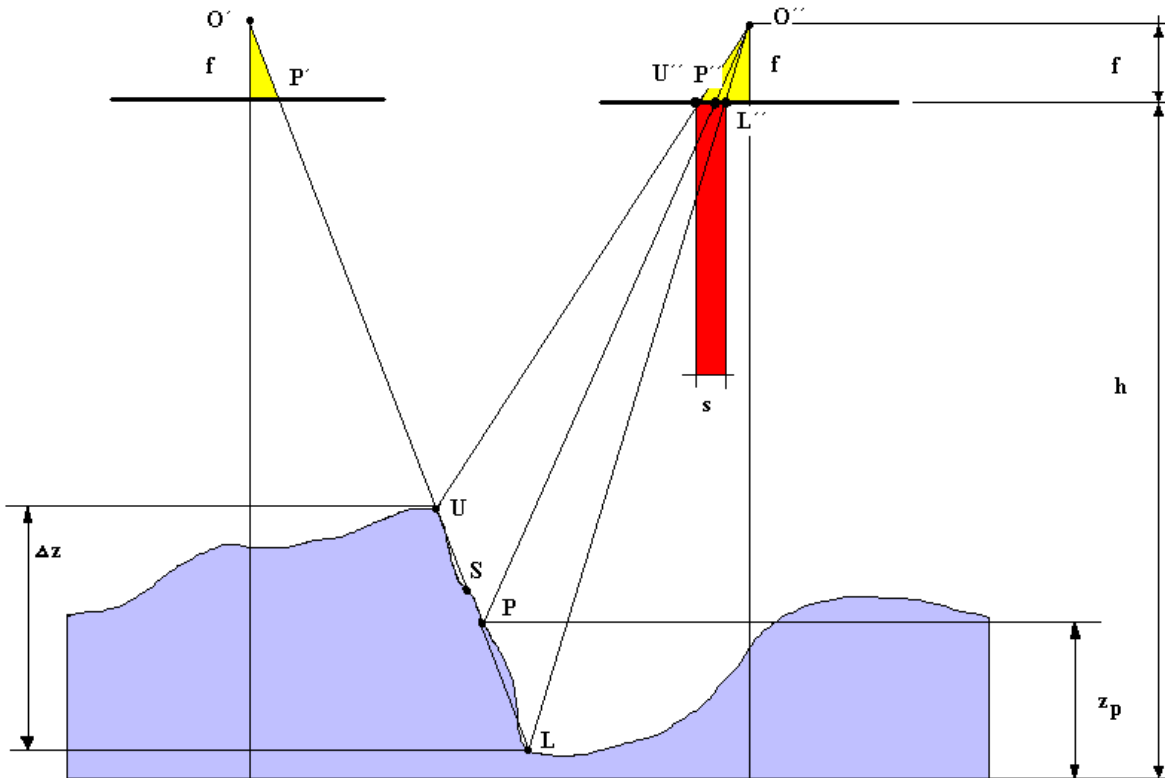
# Epipolární geometrie

Podle obr.je definována epipolární rovina  $O'O''P$ . Konjugované (sdružené, homologické, reálný bod, zobrazený na levém i pravém snímku) body  $P'P''$  musí ležet v epipolární rovině a epipolární linii  $e', e''$ . Epipolární linie výrazně redukují vyhledávací prostor pro nalezení konjugovaného bodu. Epipolární linie obvykle nejsou rovnoběžné s řádky; pokud ano, jedná se o tzv. normalizované snímky.



# Epipolární transformace

Jak lze najít konjugovaný bod? Podle obr. je hledaným bodem bod  $S$ . My ale neznáme jeho výšku a tudíž ani polohu v pravém snímku. Víme, že leží na polopřímce  $O'P'$ . Předpokládejme tedy přibližnou výšku bodu  $S$ , která odpovídá nějakému imaginárnímu bodu  $P$  o výšce  $z_p$ . Zorientujeme model a obdržíme také výšky nějakých bodů v terénu. Neznámou výšku bodu  $P$   $z_p$  definujeme jako průměr z již známých výšek dostupných bodů (vlíčovacích, spojovacích bodů) po provedené orientaci stereodvojice. Na základě toho můžeme vypočítat polohu  $P''$  na pravém snímku. Dále musíme určit  $\Delta z$ , což je ale horší a je nutný vstup informace operátorem; je třeba vědět základní informace o terénu, obvykle stačí minimální a maximální nadmořská výška v oblasti. Bod  $P$  je tedy očekávaná poloha bodu,  $\Delta z$  je nejistota ve výšce. Definujeme proto spojnicí  $UL$ , která je promítnuta do pravého snímku jako vyhledávací oblast  $s$ .



K problematice definování vyhledávacího prostoru  $s$

# 3D skenování

# 3D skenování - aplikace

Technologie přímého určování 3D souřadnic  
podrobných bodů

1) pozemní skenování (laserové skenery, triangulační skenery, optické korelační systémy)

- aplikace ve stavebnictví či památkové péči,  
dokumentace technologických celků

2) letecké skenování

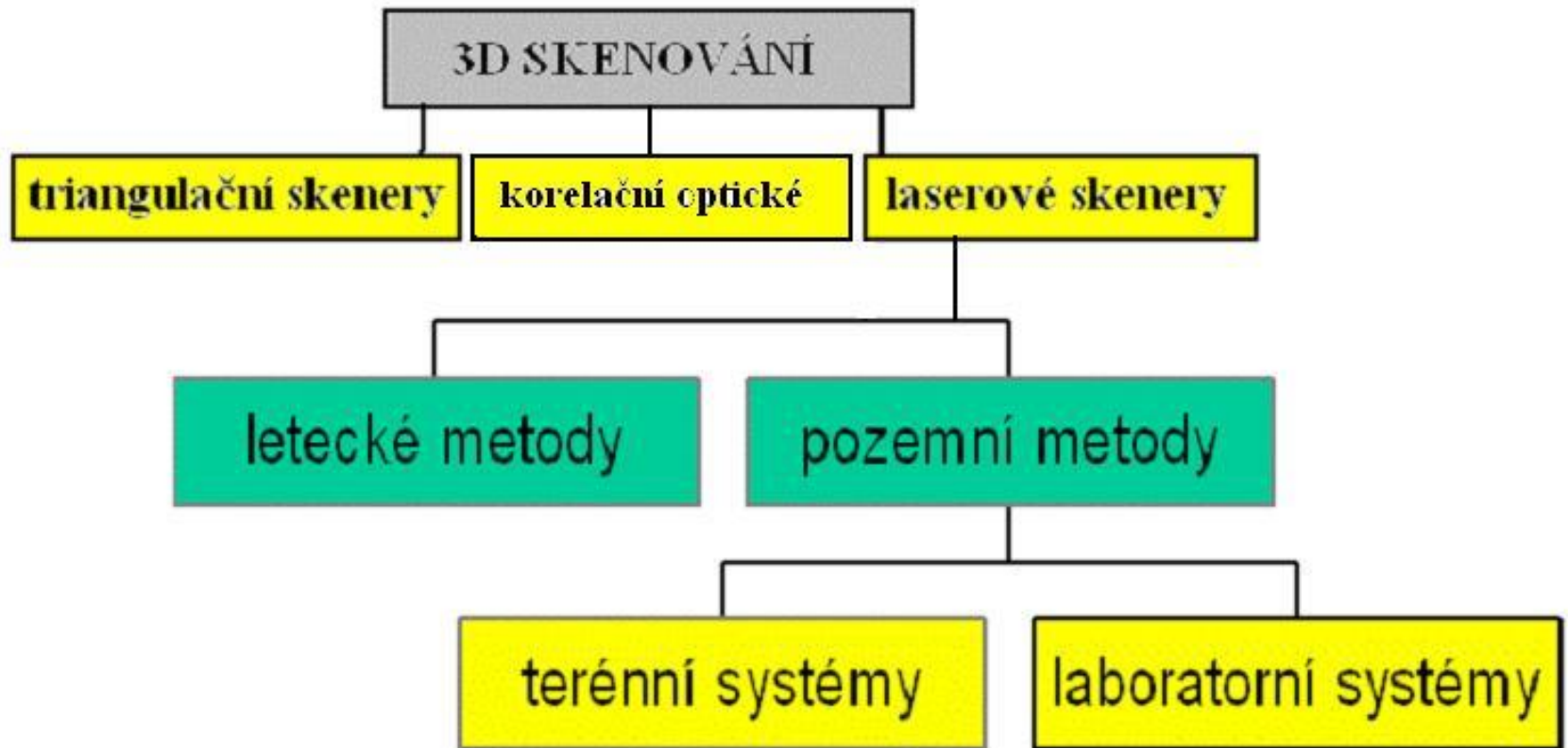
- aplikace pro fotogrammetrii a GIS (tvorba DMT,  
DMR, DMP)





# 3D skenování

*Technologie hromadného a přímého určování  
3D souřadnic objektu*



# Využití 3D skenerů a jejich přesnost



cca od r.2000, letecké aplikace dříve (1995)

- laserové skenery (dosah m až stovky m, přesnost 4-8mm)
- triangulační skenery(dosah cm až cca 20m, přesnost od zlomků mm po mm)
- optické korelační skenery či systémy(dosah cm až cca 20m, přesnost od zlomků mm po cm)



„*Fotogrammetrie a 3D skenování :*  
*využití při mapování a dokumentaci*  
*památek*“

**Řešené historické projekty –  
příklady...jak šel čas**

# Socha Sv. Václava ve Svatovítské katedrále – fotogrammetrická dokumentace (RolleiMetric 6006 a UMK 10/1318, ČVUT)



- Stereofotogrammetrie (1995)



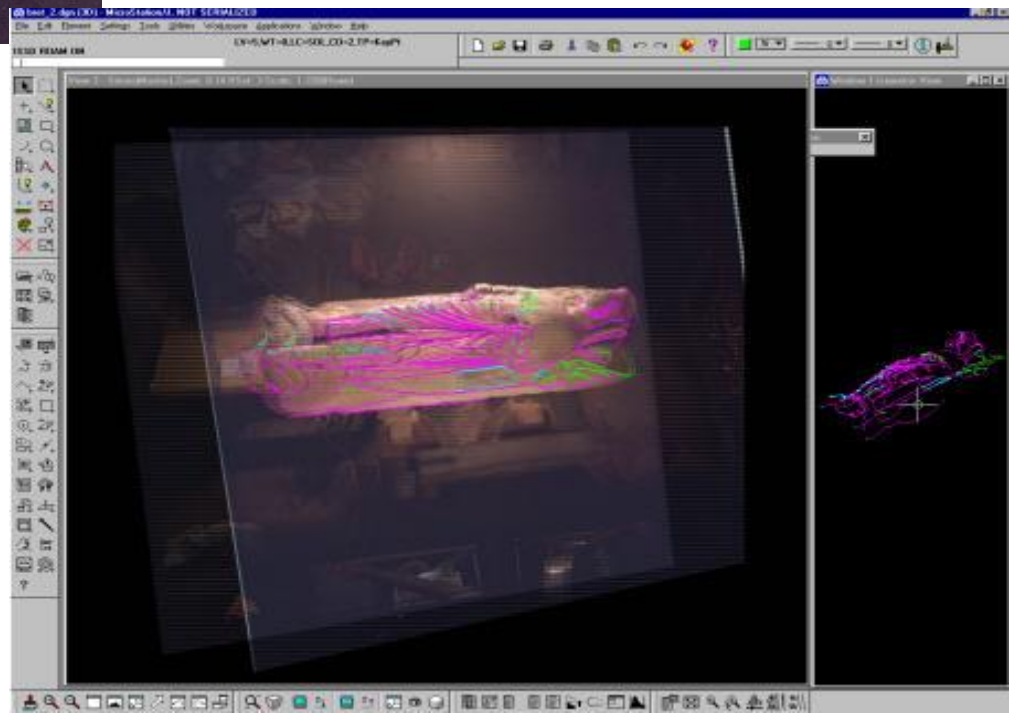
# Snímek náhrobku knížete Bořivoje II. ( Rolleimetric 6006) , 1999



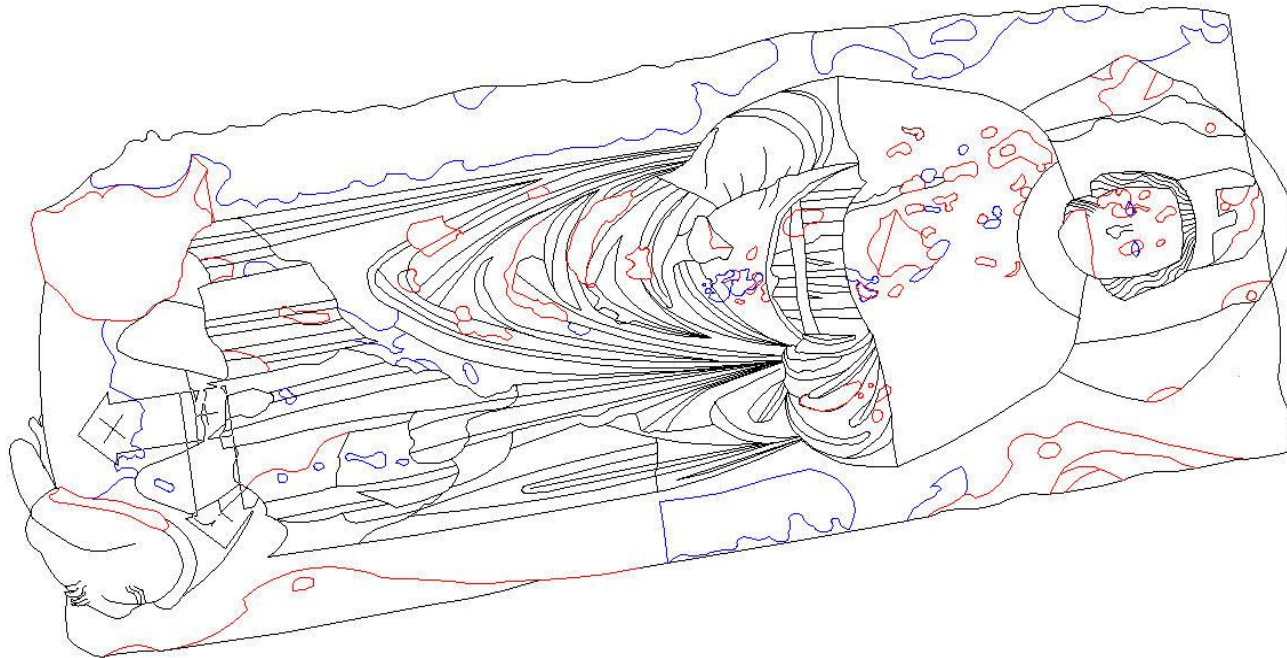
- stereofotogrammetrie



Stereoskopické vyhodnocení  
náhrobku  
knížete Bořivoje II.,  
(Imagestation SSK, Štefanová, 2002)



# Výsledek vyhodnocení náhrobku se zachycenými poškozeními – podklad pro restaurátorské práce



# Socha v lapidáriu (Nadace Český barok) – dokumentace pomocí průsekové fotogrammetrie (digitální kalibrovaná komora Canon 20D, Photomodeler, ČVUT), 2002



- průseková  
fotogrammetrie

# Laserové skenování

*Laserové skenery*



## 1) **Přímé měření vzdálenosti** (“*ranging scanner*”)

Čas letu laserového pulzu (je vyslán laserový puls a měří se čas mezi vysláním pulzu a přijutím odrazu, „*time of flight*“)

2) **Porovnání fáze** (je vyslán paprsek, který je modulován harmonickou vlnou a vzdálenost k předmětu se vypočte jako fázový rozdíl mezi vyslanou a přijatou vlnou )

Laserové skenery se dělí podle konstrukce na systémy:

- stacionární
- mobilní
- letecké

Podle dosahu se dělí na tři základní třídy:

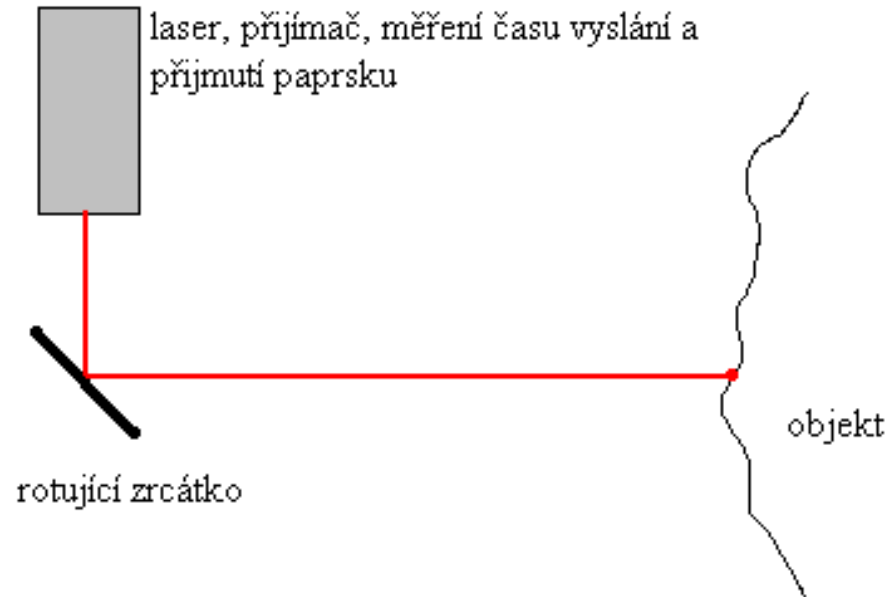
0.1 - 1m  
1m - 10m  
~10m - ~100m



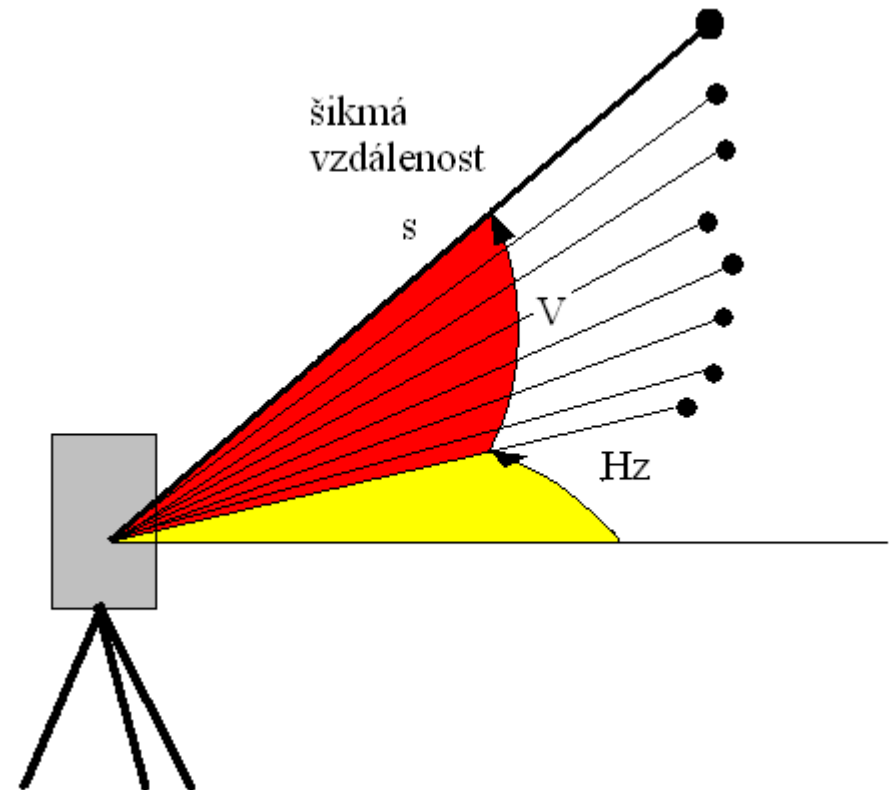
# Laserové skenování

## Laserové skenery

*princip*



*Pozemní laserový skener*



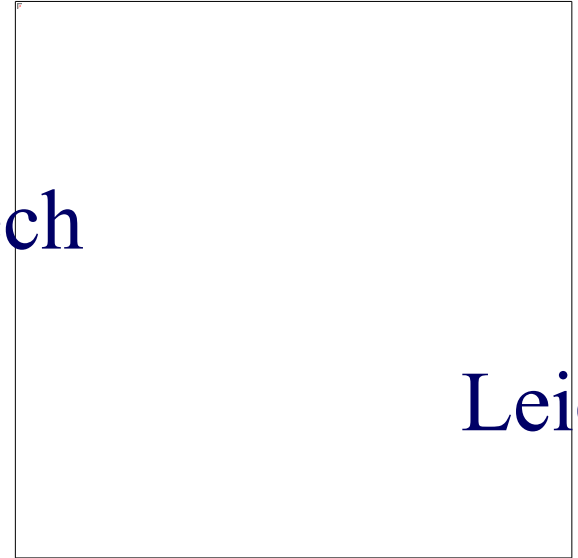
# laserové skenery



Callidus



Optech



Leica



Trimble Surphaser



Faro

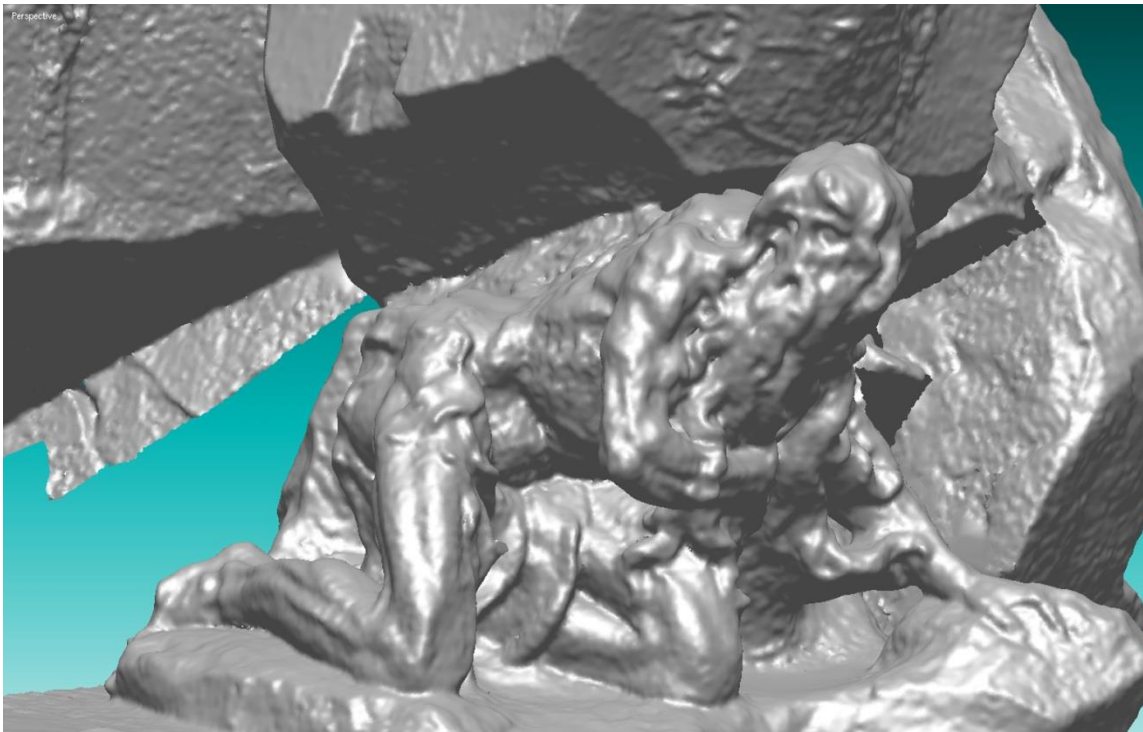


Leica BLK 360

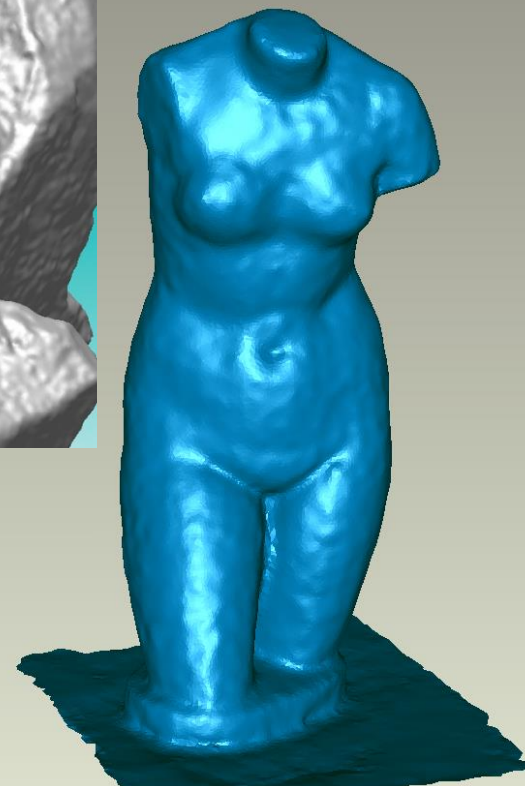
# -horší výsledky z hlediska podrobnosti, vyšší rychlost, 2005



Juan Garinius, Nový les u Kuksu,  
skener Optech, Geovap Pardubice + ČVUT



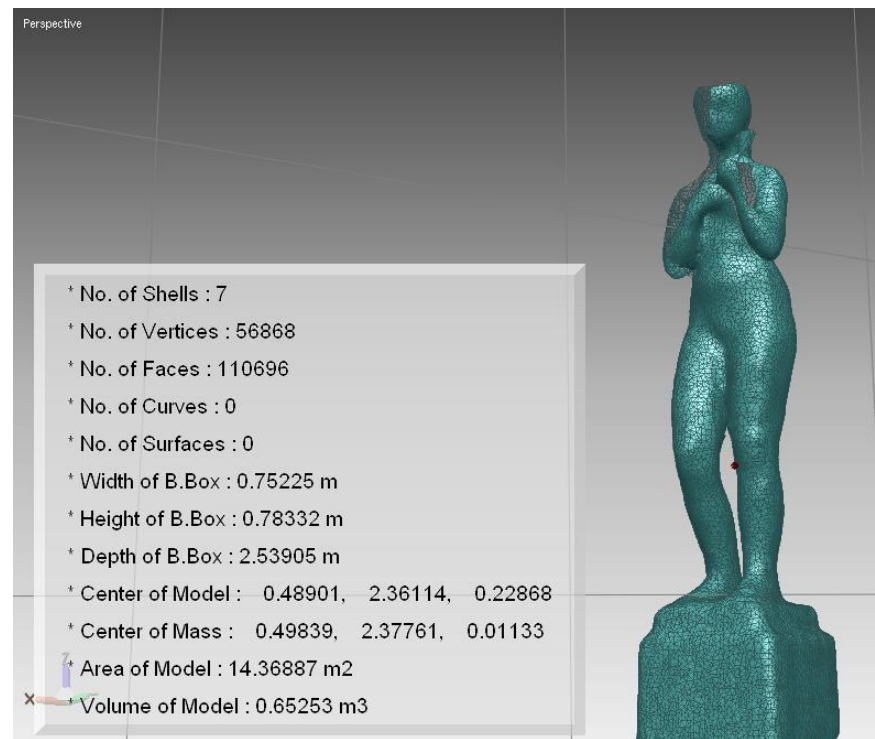
Výsledek pomocí laserového skeneru Leica  
(ČVUT, kat.spec.geodézie)



Current Triangles: 105395  
Selected Triangles: 0



# skener Callidus, socha v atriu FSv, 2003



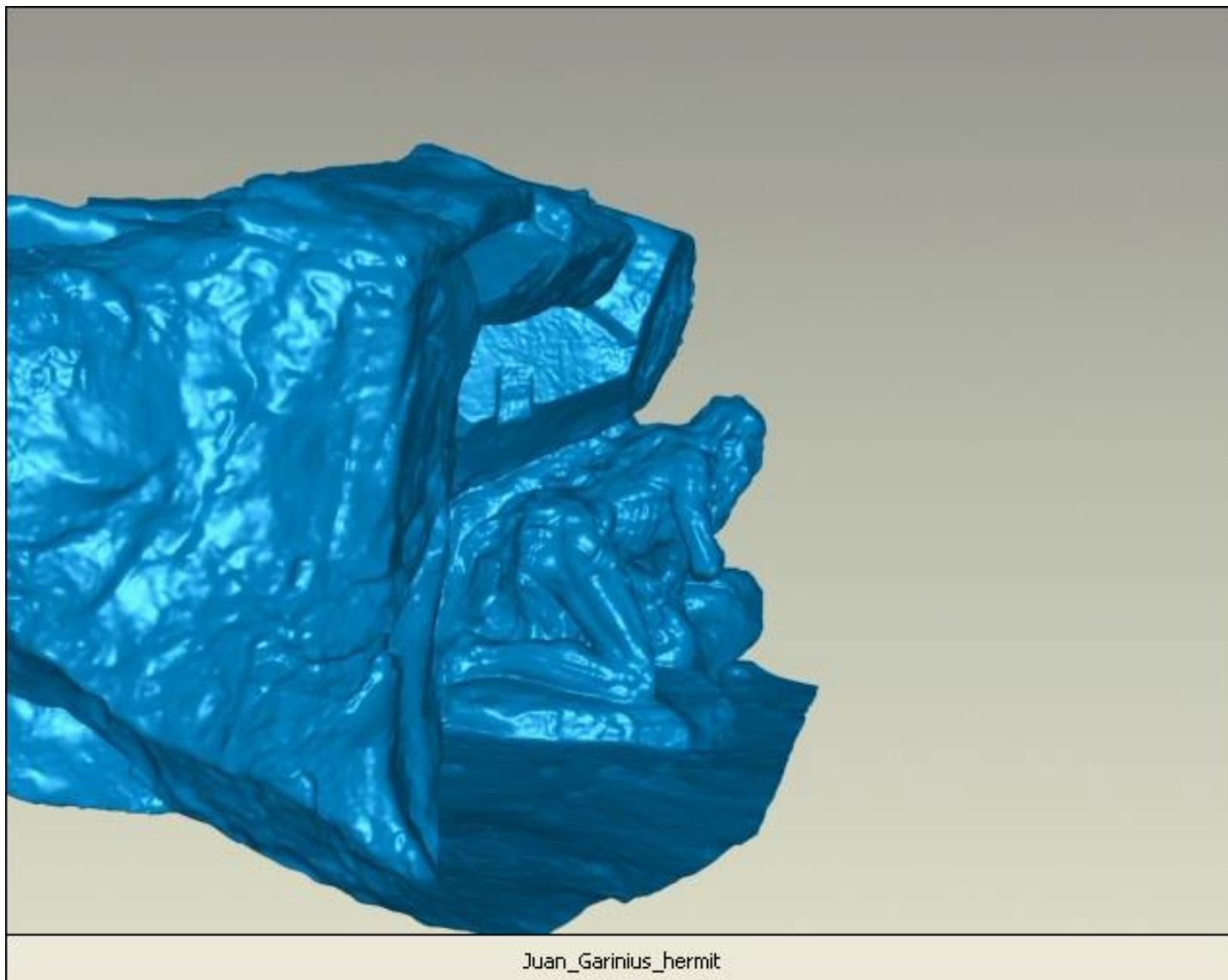
-možnost určování plochy a objemu

# 3D skenování



socha\_atrium

# 3D skenování

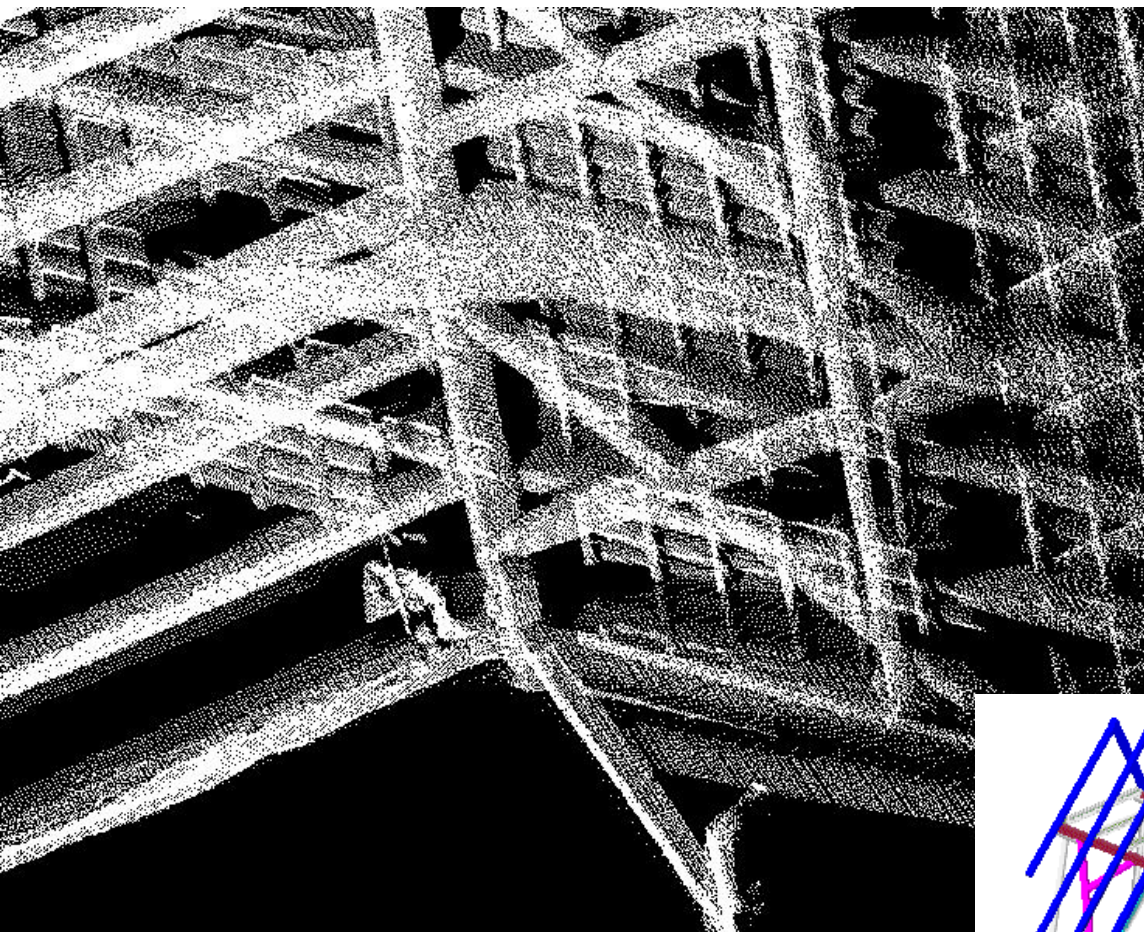


Juan\_Garinius\_hermit

# 3D skenování



# Laserové skenování

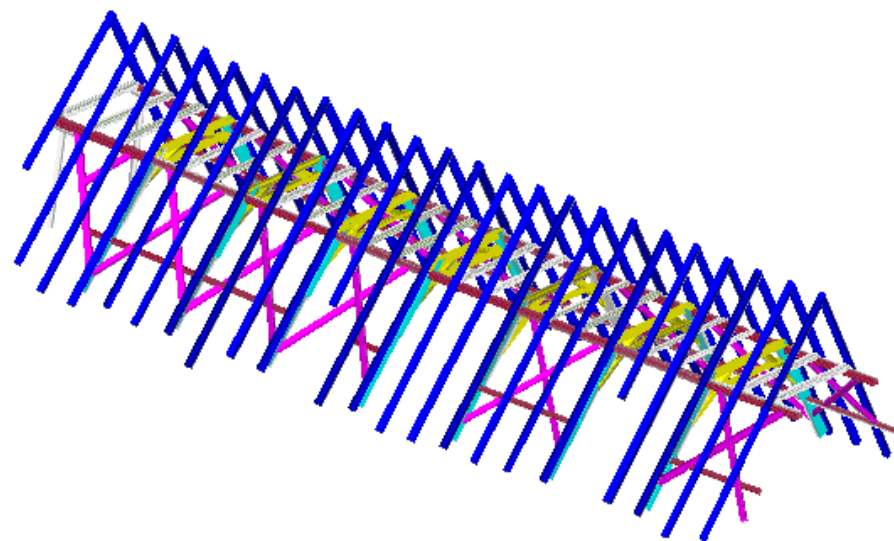


*Dokumentace krovu*

*- mračno bodů*

*- vyhodnocení do modelu v sw AUTOCAD*

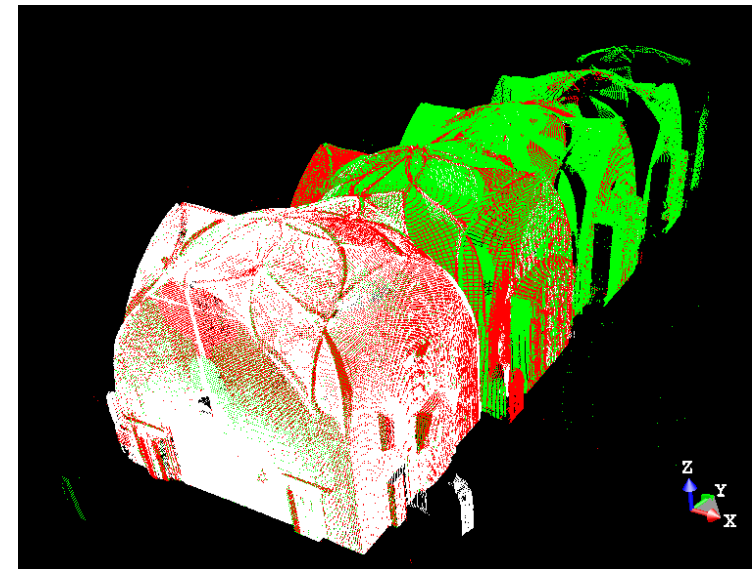
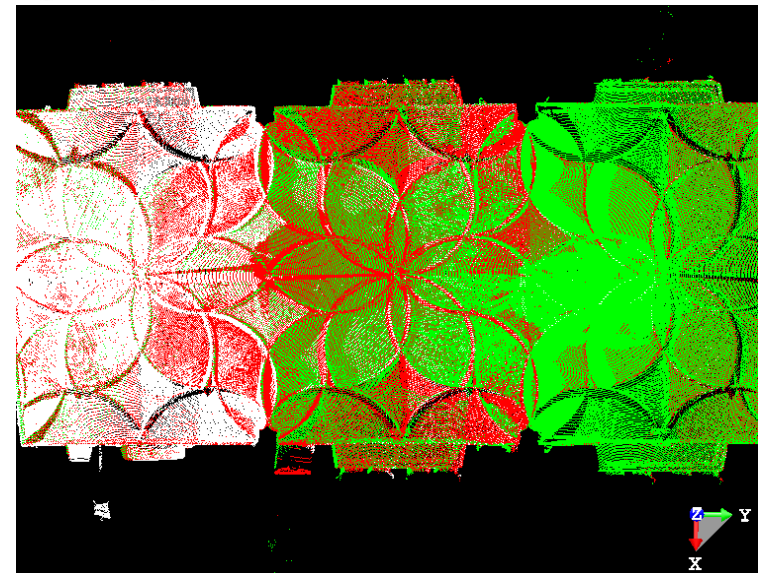
*- laserový skener Callidus, 2004*



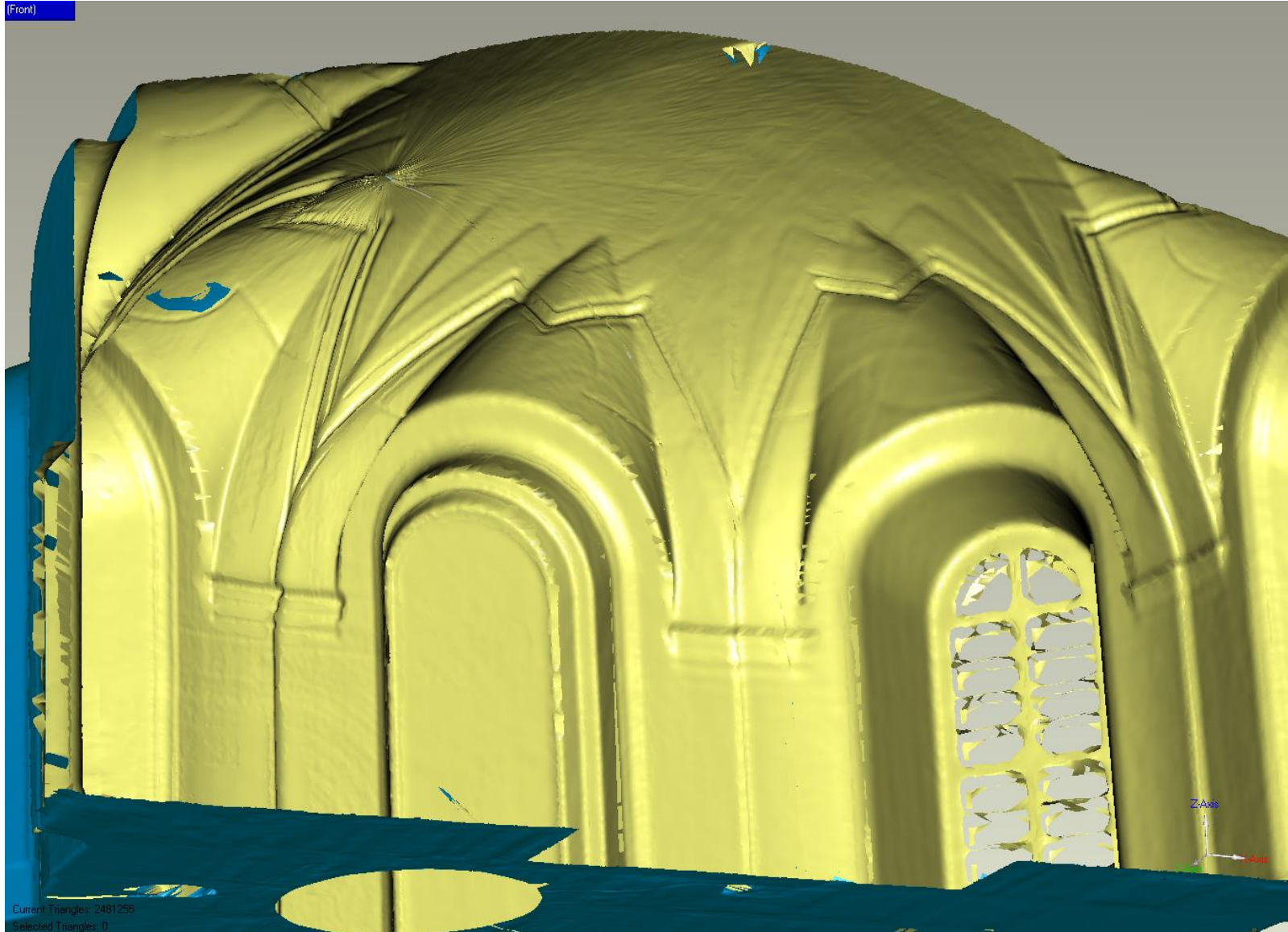


# Laserové skenování

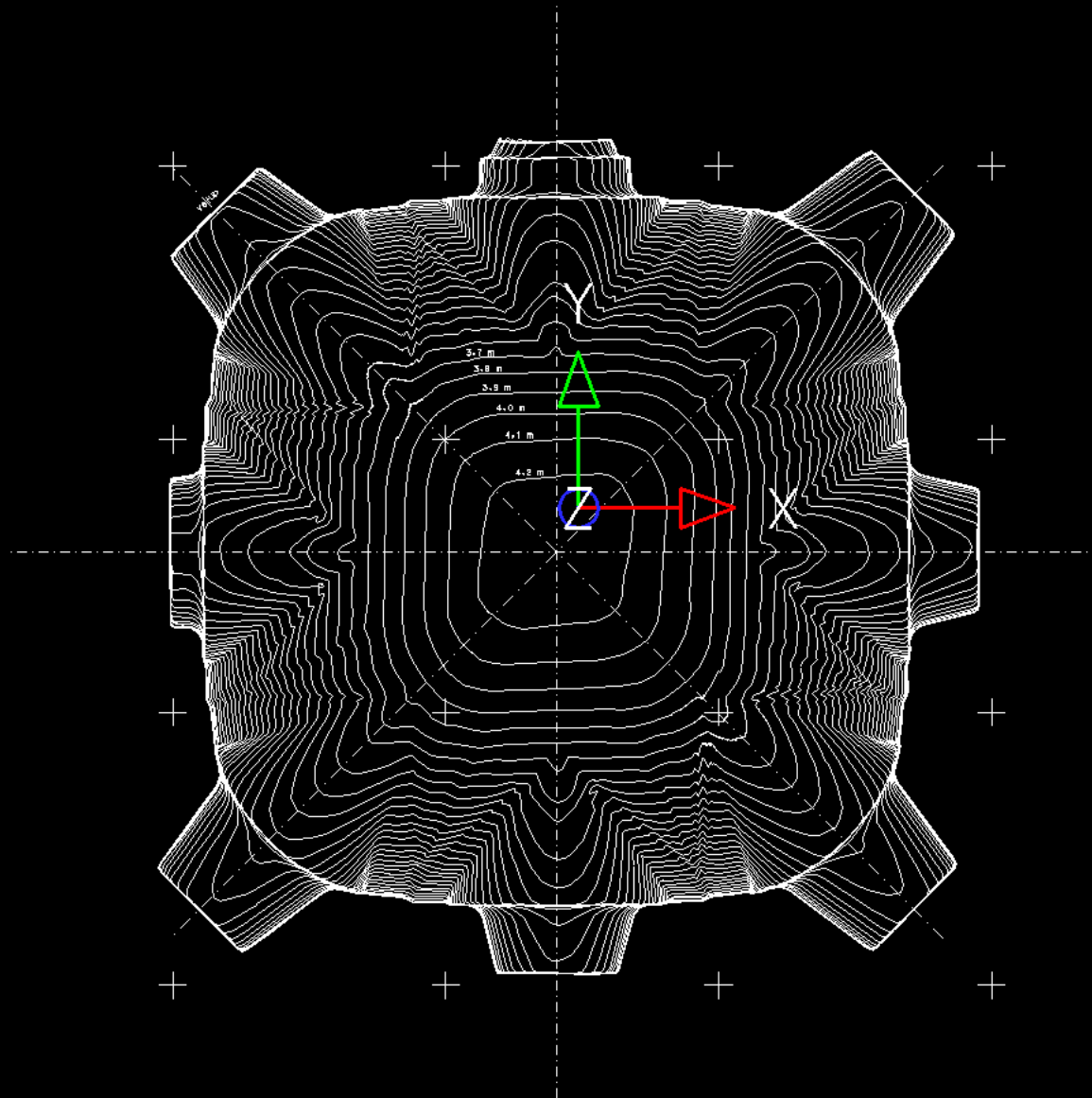
*Dokumentace památkových objektů  
Vladislavský sál, Pražský hrad  
Laserový skener Callidus, 2005*



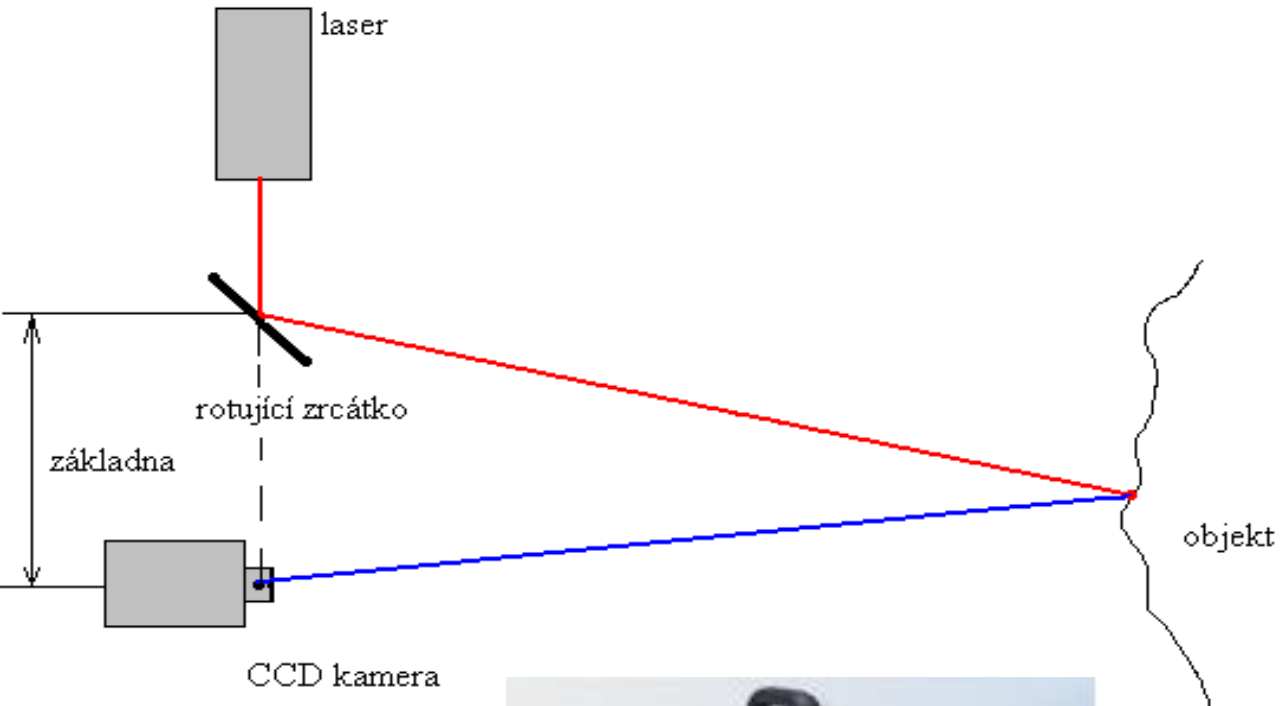
# Plasy: laserový skener Callidus, 2006



# Dokumentace klenby - Plasy



# triangulační princip



# Laserové skenování

*Mensi/Trimble S25*



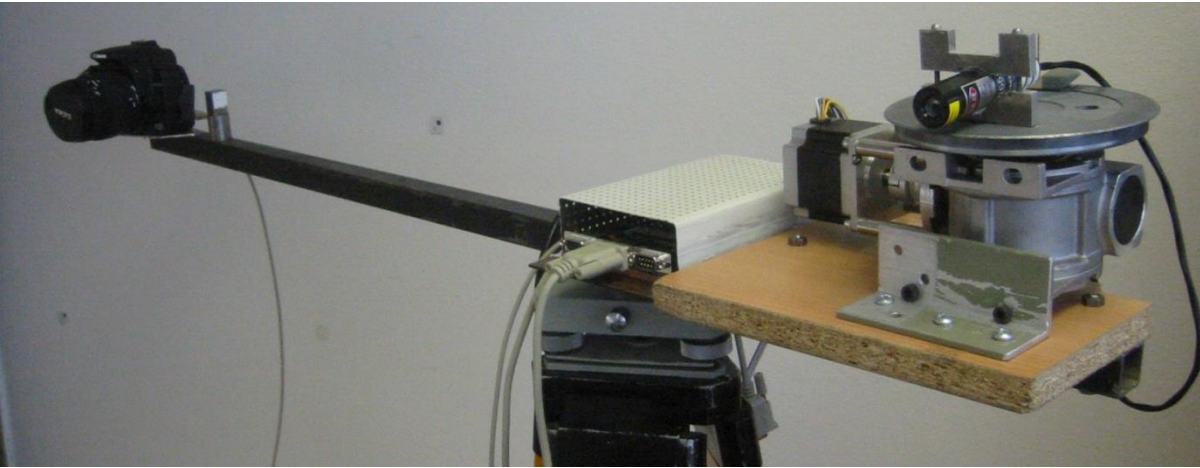
*Atos*



Část dokumentace mausolea Maximiliana I., triangulační skener Atos II, Mensi S25; doba snímání 4dny, 50GB dat (i3mainz, [Böhler](http://www.i3mainz.fh-mainz.de/Article240.html), <http://www.i3mainz.fh-mainz.de/Article240.html>)

-výrazně lepší výsledky z hlediska podrobnosti,  
pomalejší, 2009

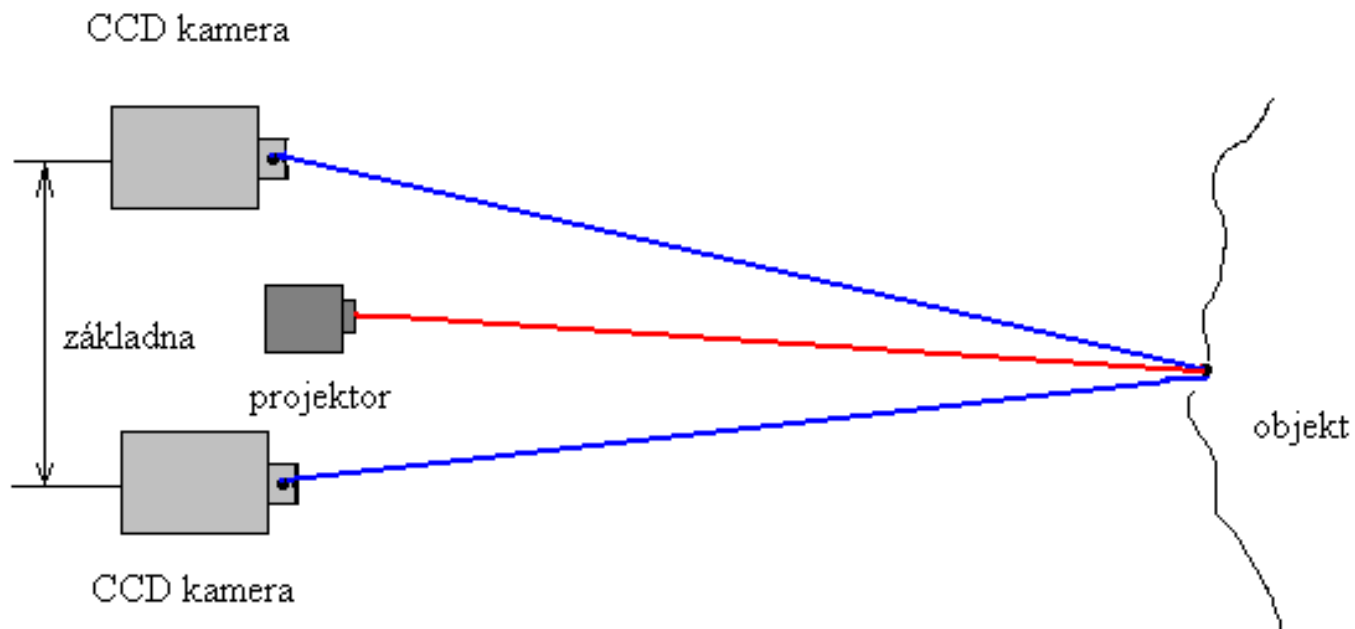




Prototyp levného  
skeneru



# Princip využití dvou kamer



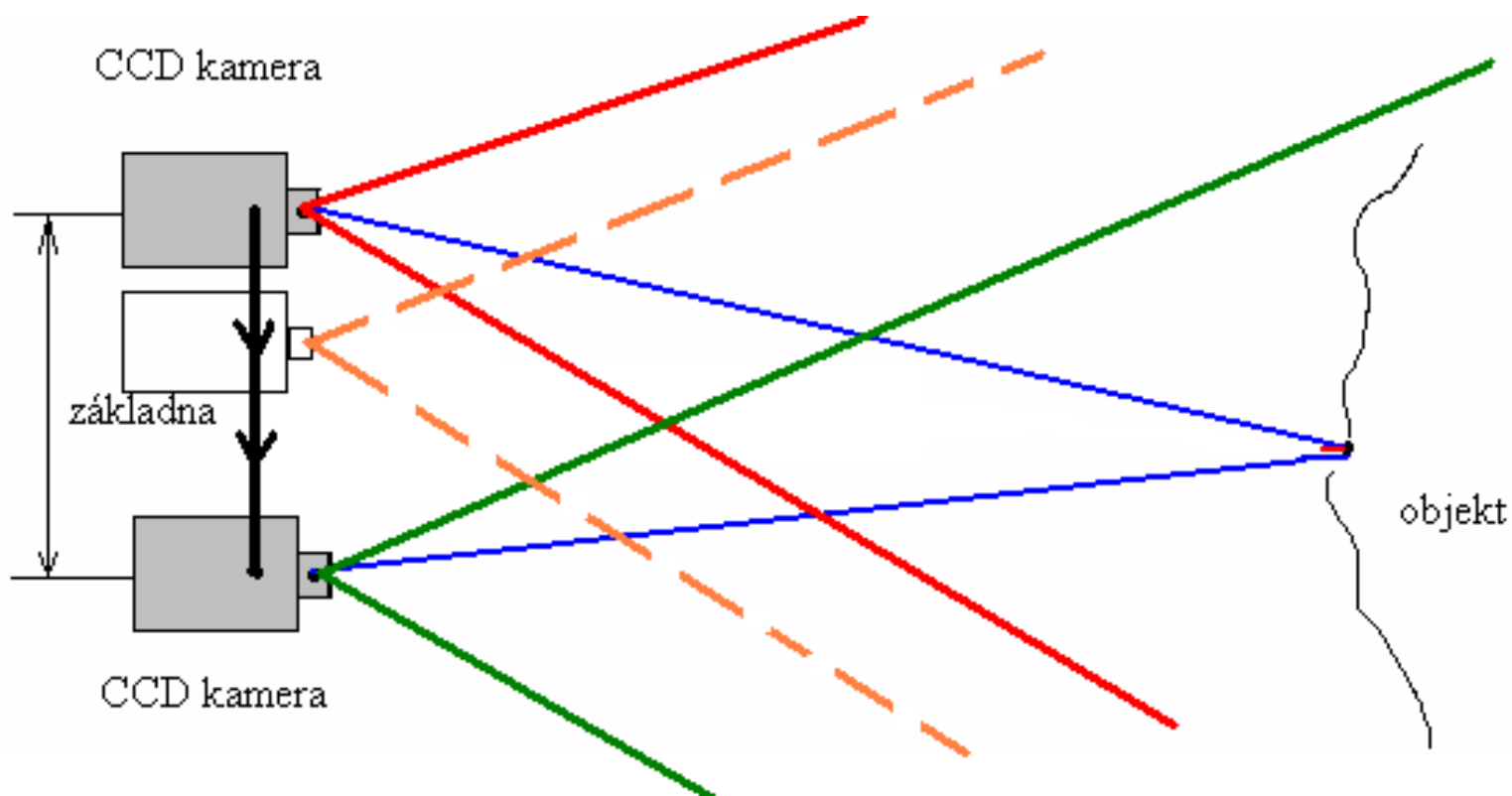
System InduSCAN



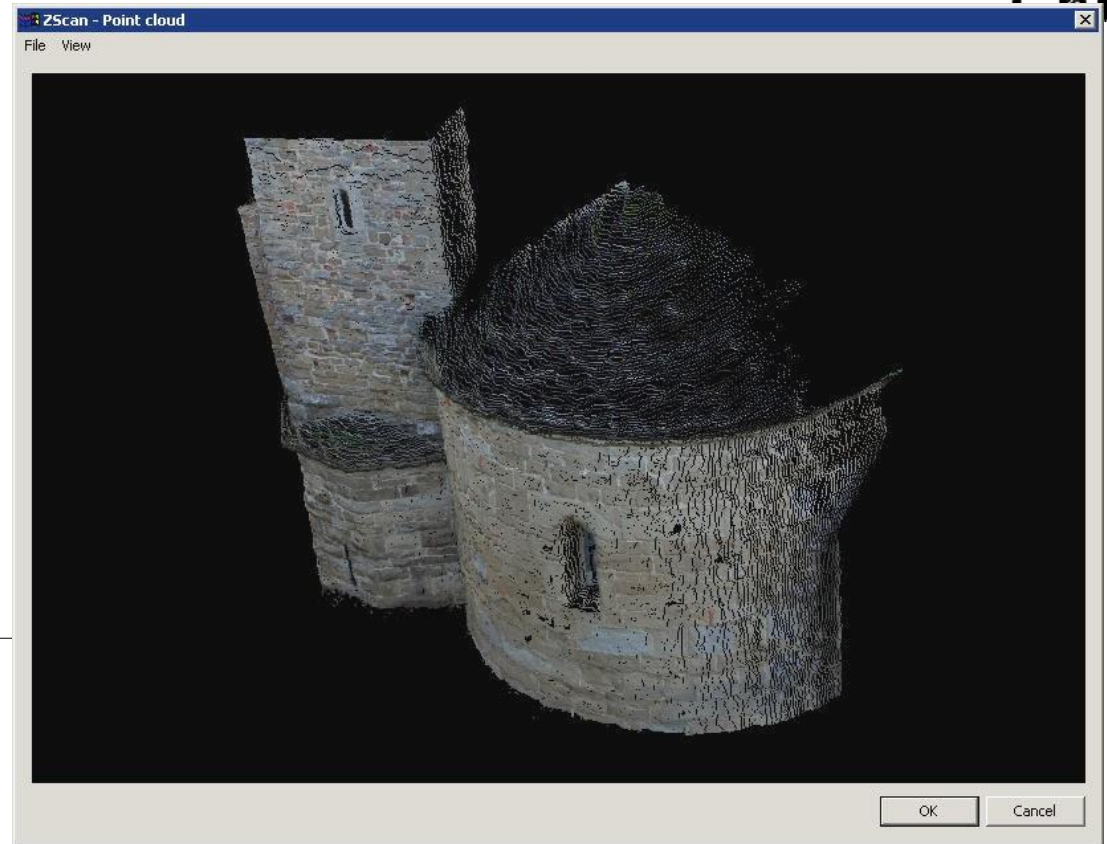
Skener Atos



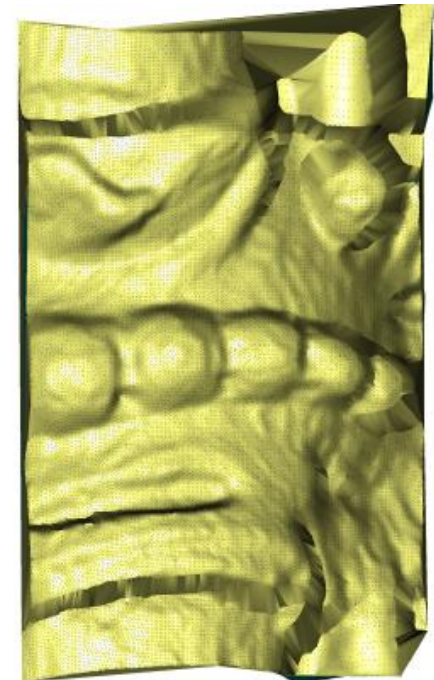
# Využití obrazové korelace



# Z-Scan (Menci)



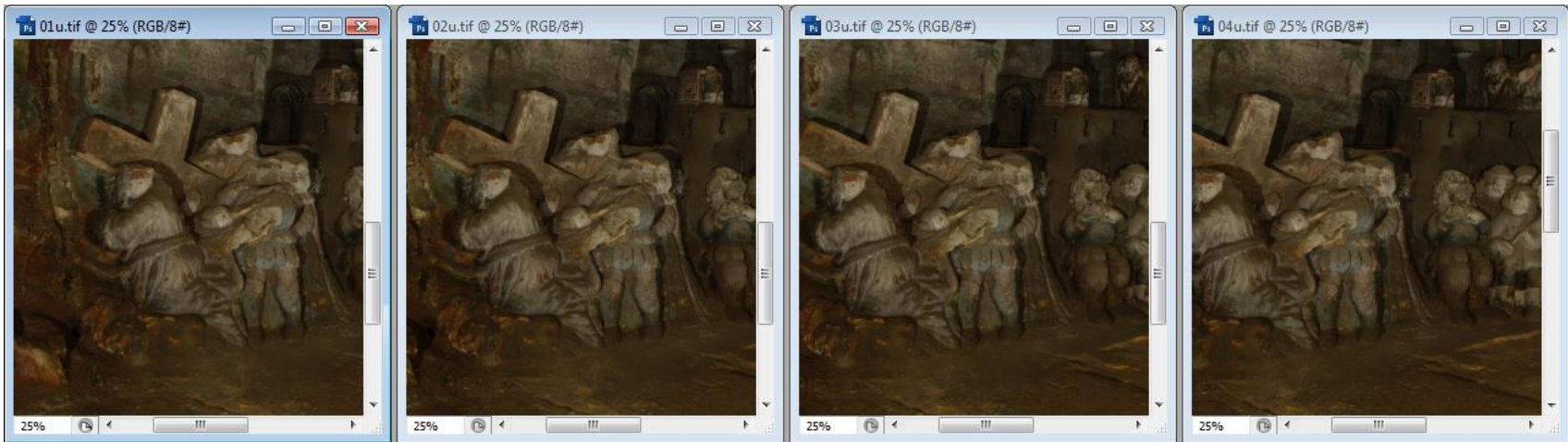
skener OKS, lab. fotogrammetrie, 2011



# OKS



**Sekvence snímků pro lepší vyhledání  
korespondujících bodů**



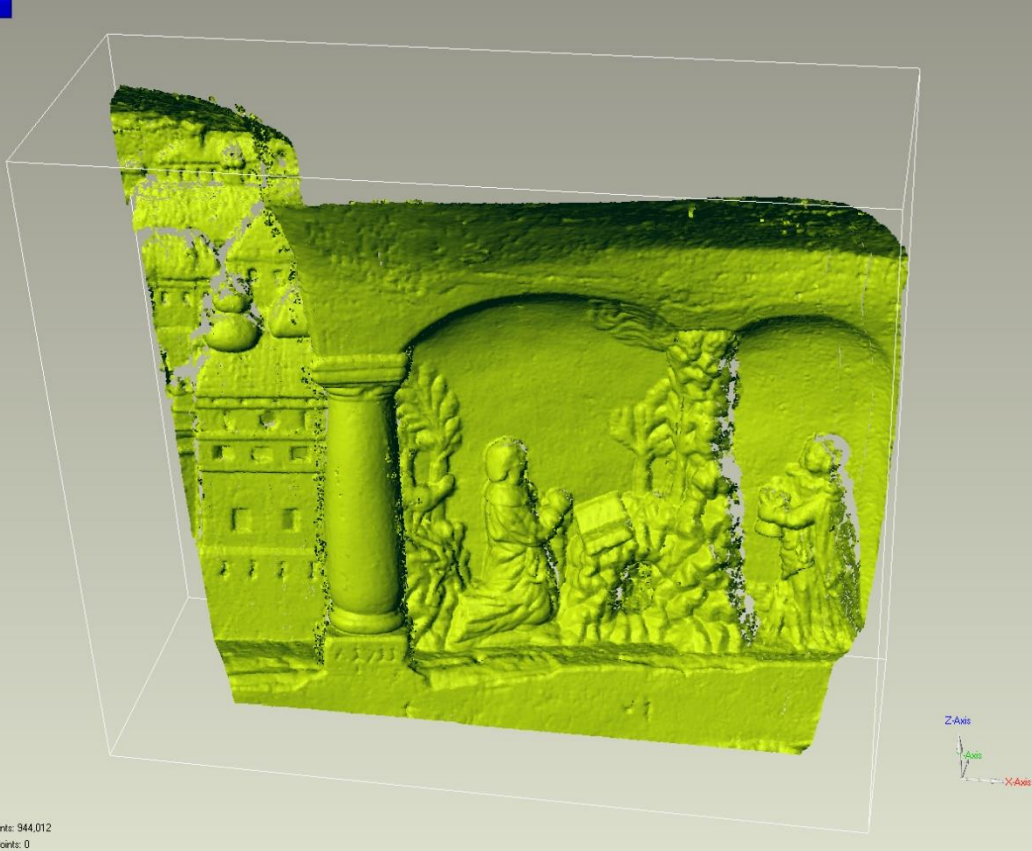
# OKS



# OKS: virtuální model části plastiky Božího hrobu u Velenic



[Ford]



Current Points: 944,012  
Selected Points: 0

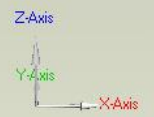
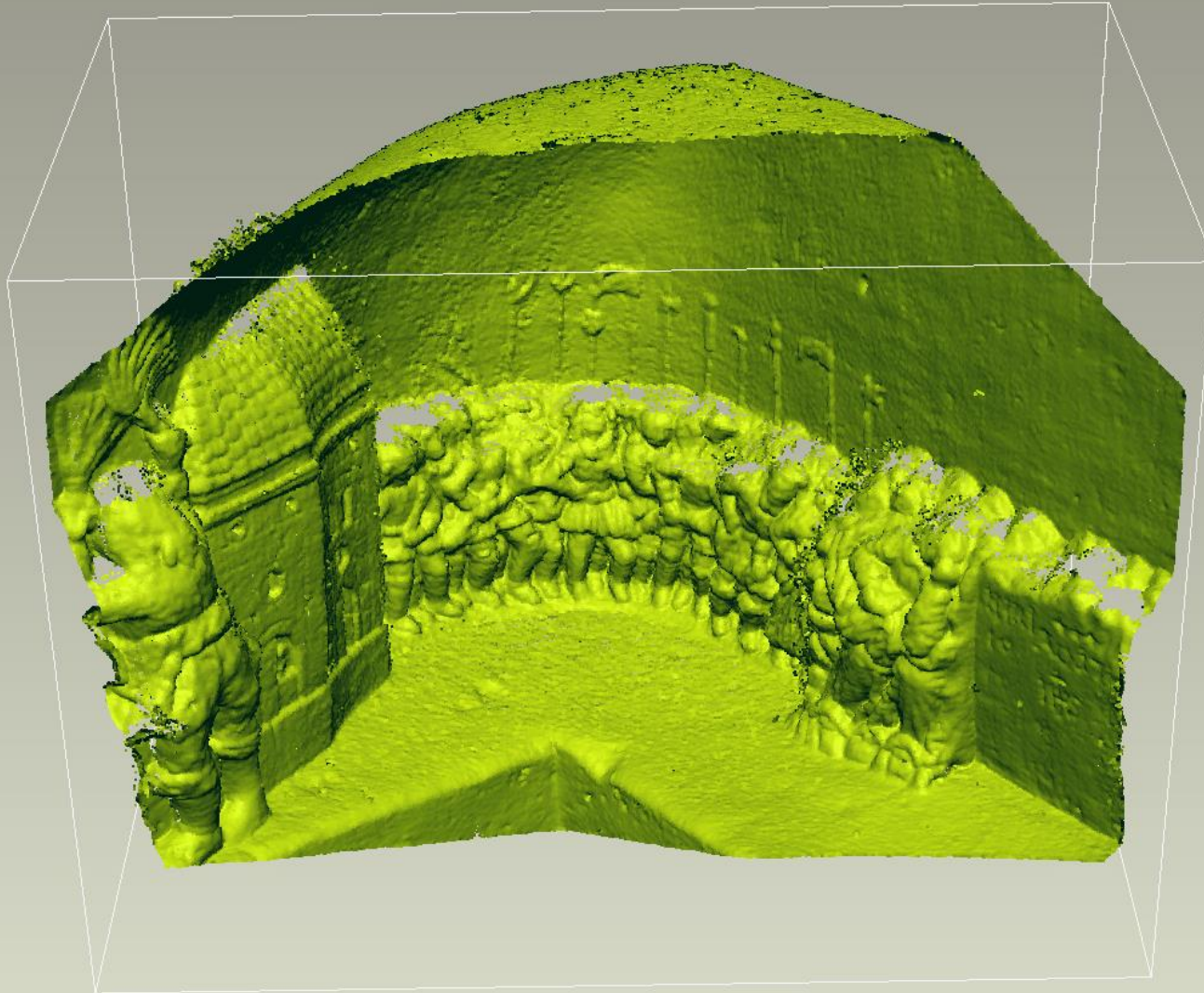


Current Points: 944,012  
Selected Points: 0

# OKS



[Front]



Current Points: 971,015  
Selected Points: 0

# Ruční skenery



*Originál a výsledný model  
(ruční skener Zscanner 700),  
Geovap a ČVUT*

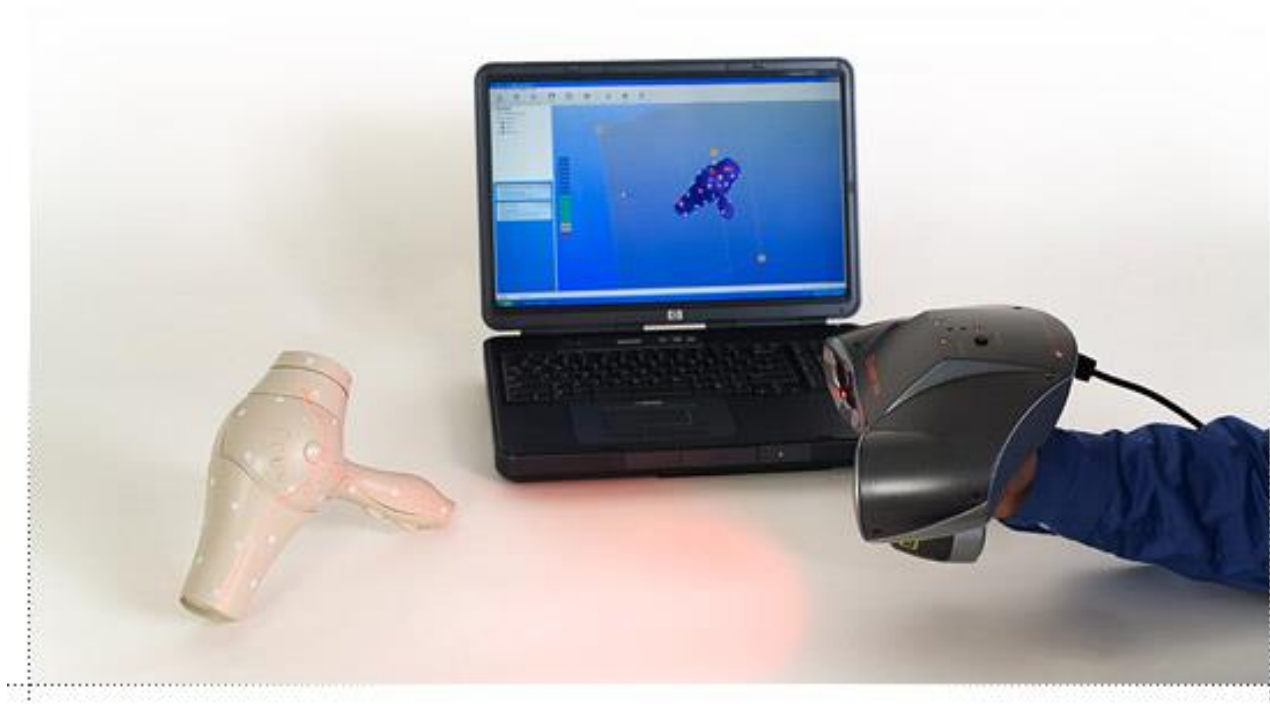




# Práce s ručním skenerem Zscanner 700



(firemní materiál)



# Leica T-ScanTS 50



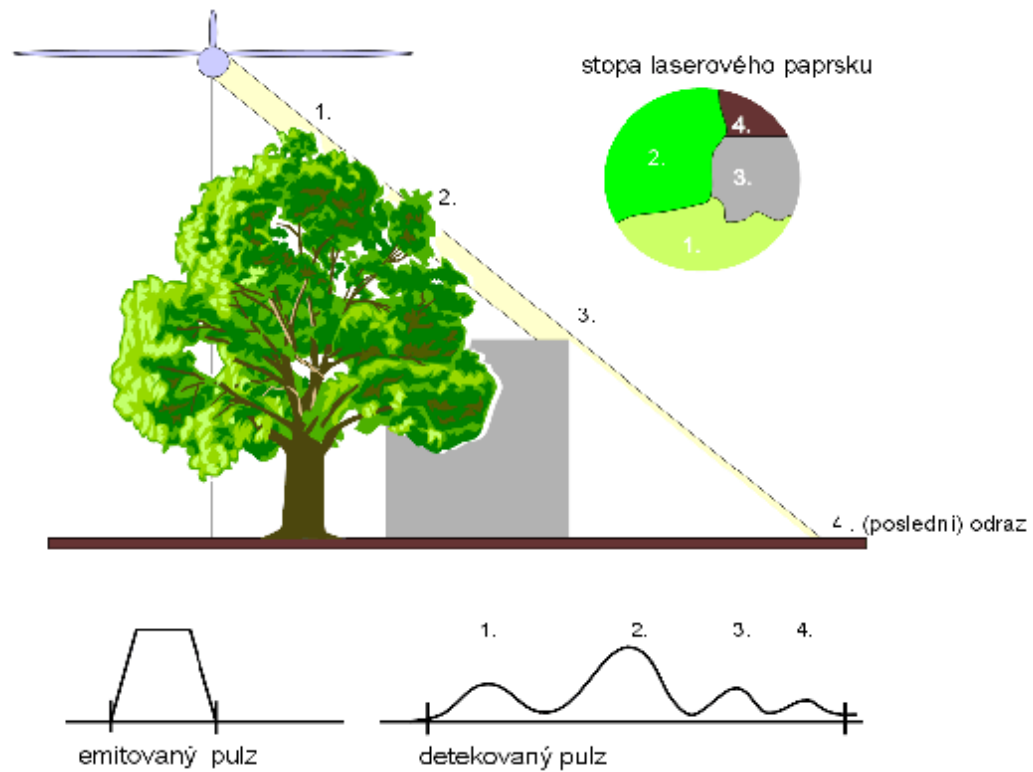
- zejména pro technické účely v  
interiéru (materiály Leica)



Letecké laserové skenování  
ALS  
(airborne laser scanning)

# ALS

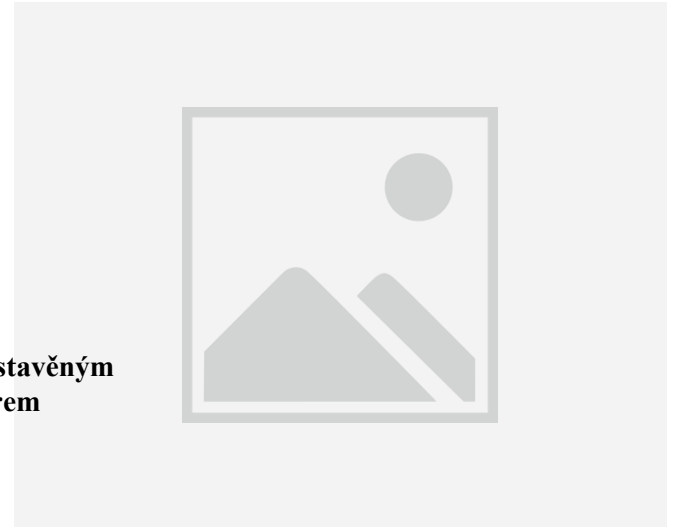
## Princip laserového leteckého skenování



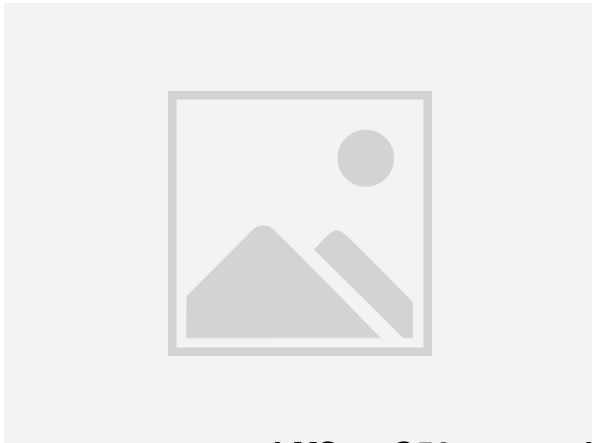
## Technologie



Leica ALS 50



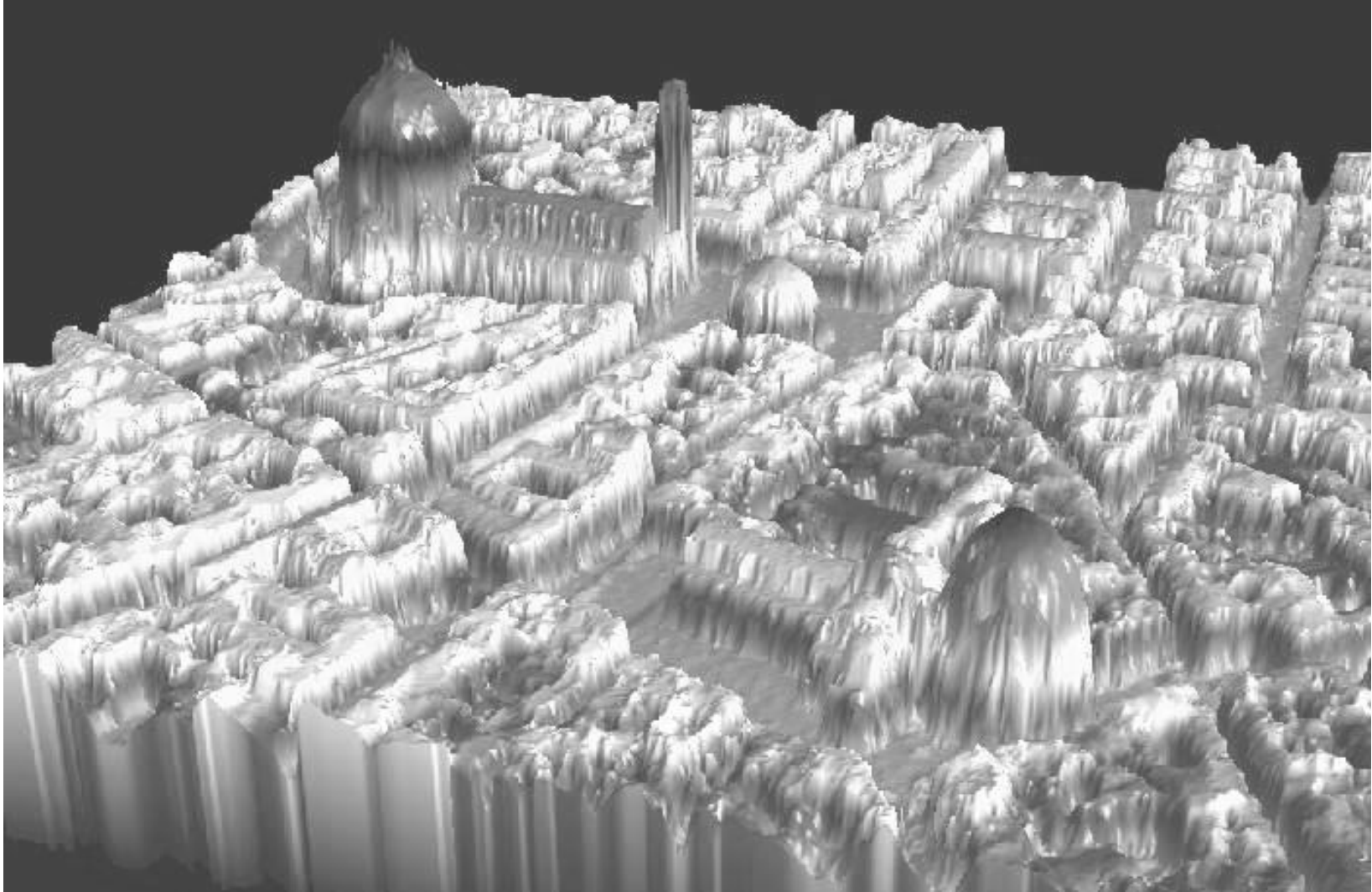
Lidar Falcon III. s vestavěným optickým skenerem



LMS Q56 a datový rekordér DR-560



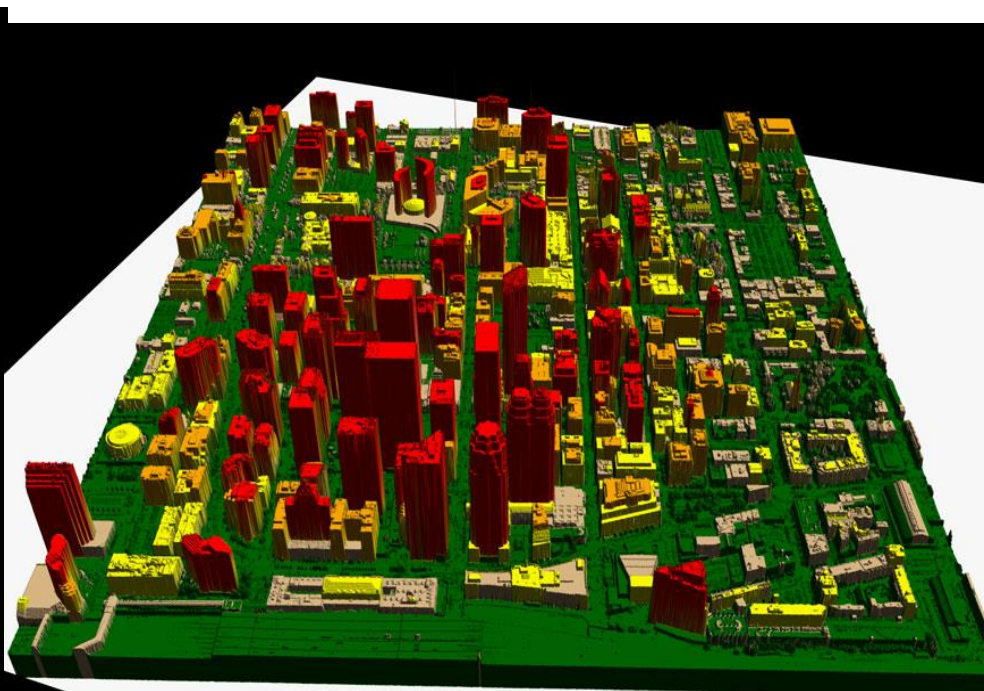
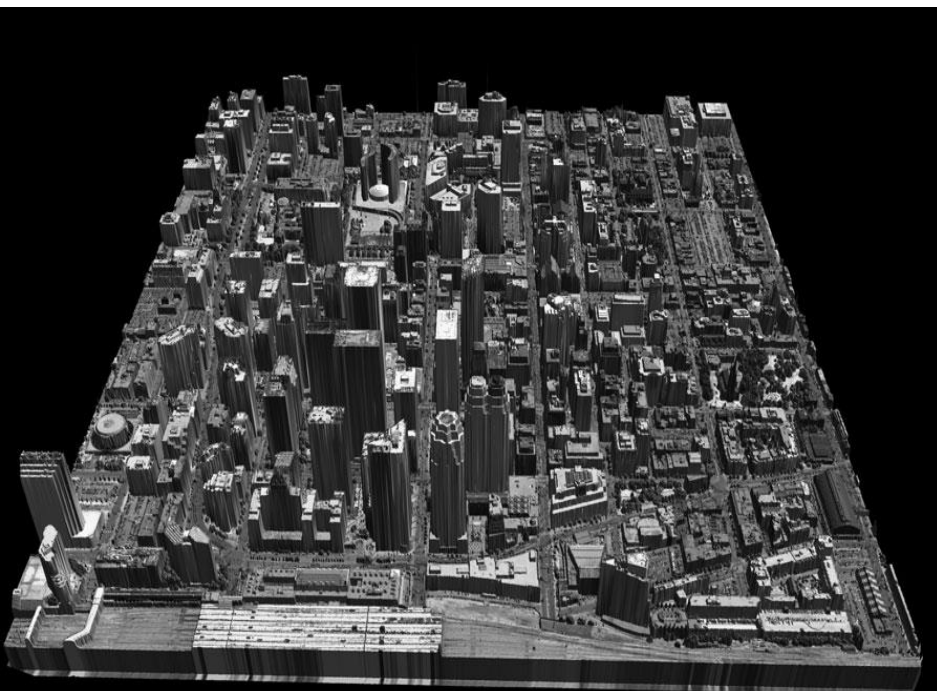
ALTM 3100 (Ostech)



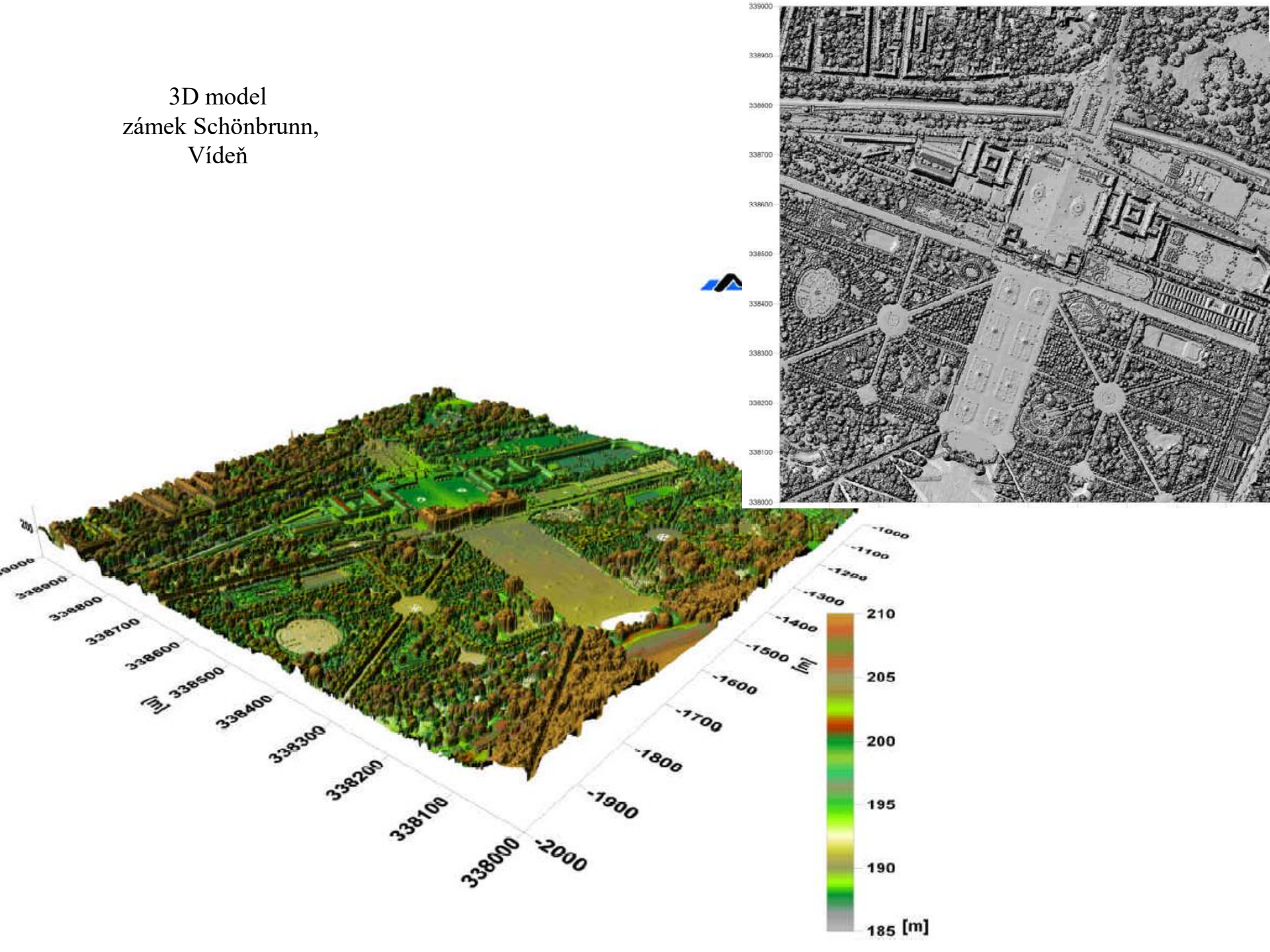
**Starší nefiltrovaný 3D model města (90.léta)**

# ALS

*Digitální model povrchu a laserový „obraz“: ALTM senzor, výška letu 850m, plocha 1400x1300m, doba měření 37min, zpracování 4hod., hustota (rastr) 60x60cm (materiál firmy Optech, 2008)*



3D model  
zámek Schönbrunn,  
Vídeň



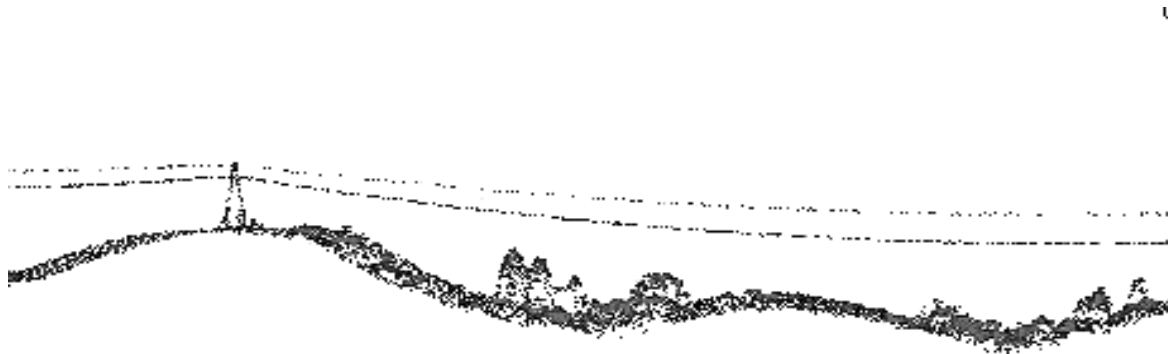


# ALS



**rastrový model - blokový model - model střech - pokrytí objektů texturou**

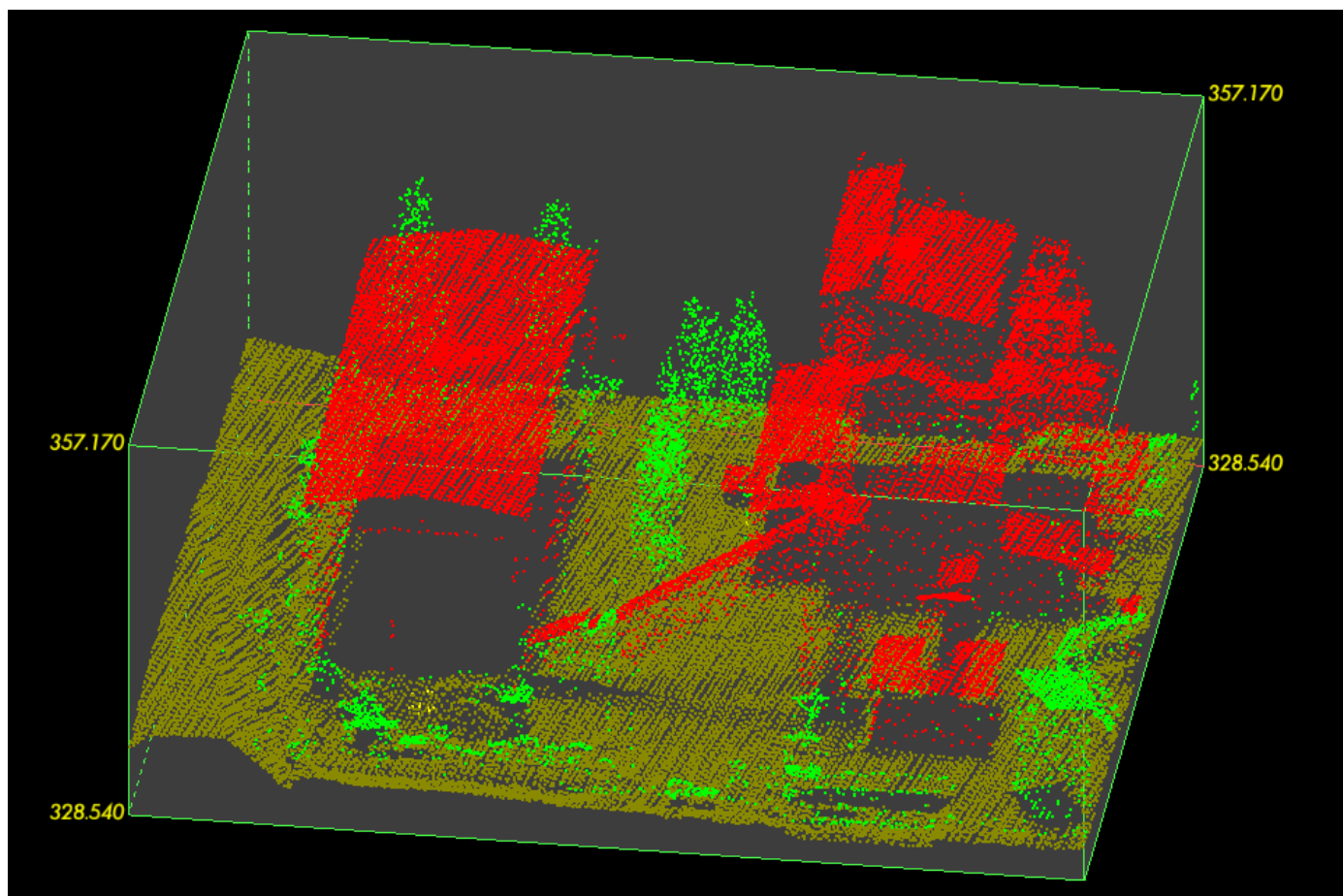
*Postup tvorby 3D městského modelu (dle Toposys)*



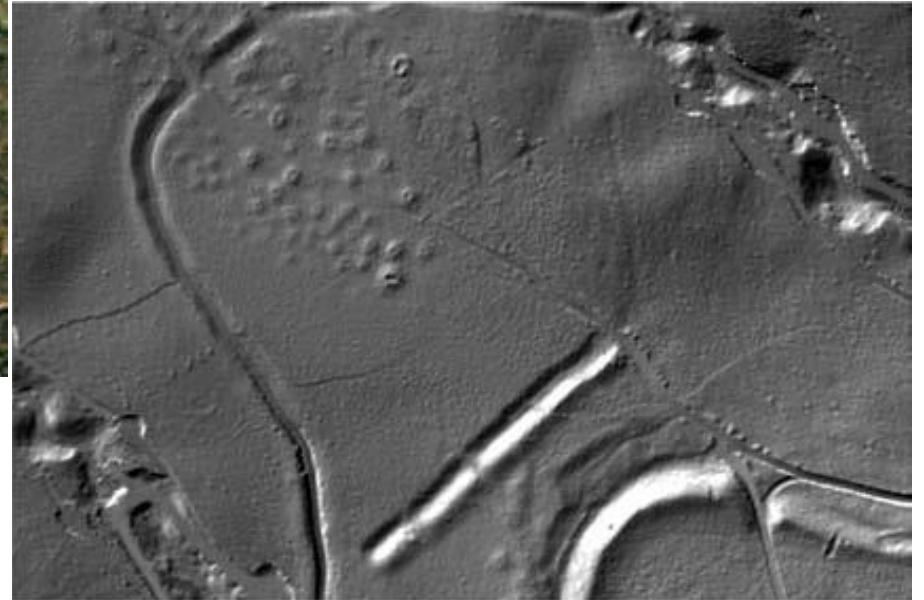
*Znázornění elektrického vedení v profilu*

# ALS

*Separace mračna bodů do skupin terén, budovy a vegetace. Cílem postprocessingu je separace mračna bodů do skupin terén, budovy a vegetace, případně lokalizovat další prvky (vodstvo).*



# ALS - archeologie

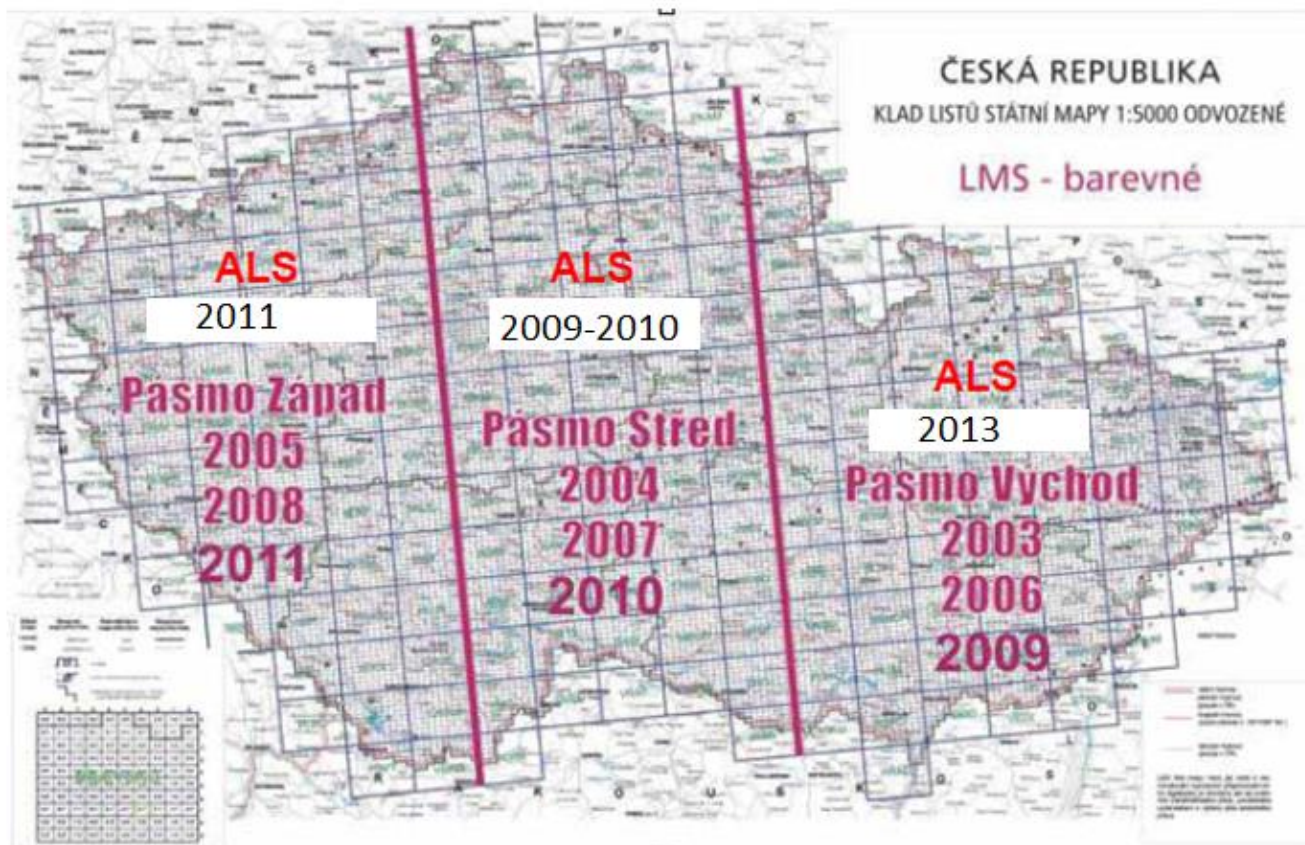


*Lidarové snímání téhož území – tvorba DMT a filtrace (zjevné příznaky nalezišť, podle M.Doneuse)*

# ALS

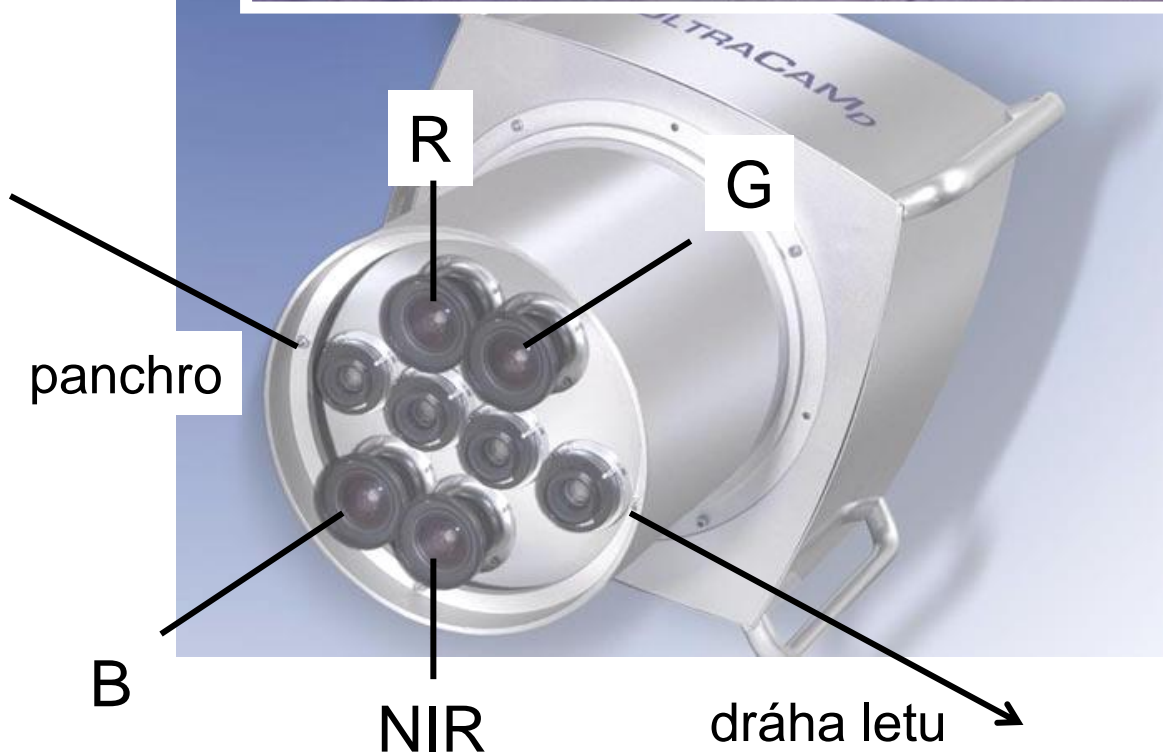
*snímání ČR metodou ALS*

Produkty: DMR 4G, DMR 5G, DMP 1G



# L410 Turbolet FG





UltraCamD  
+ Laserscanner  
ALTM 3100



VEXCEL

ULTRACAM<sub>D</sub>

ULTRASCAN  
Precision  
Photogrammetric  
Scanner

proven work  
in precision  
over 270  
faced

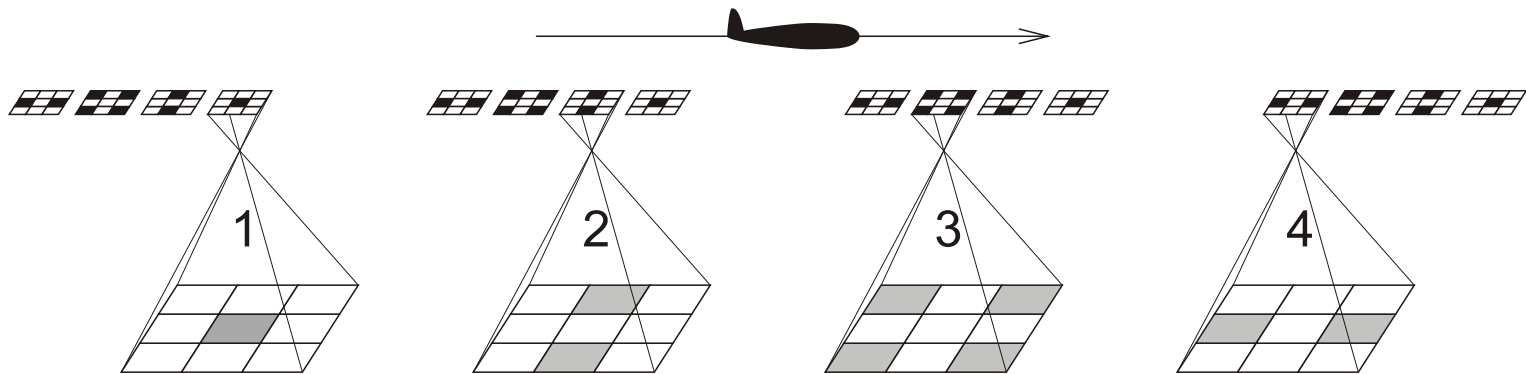
my image of Natal coast  
urban South Africa



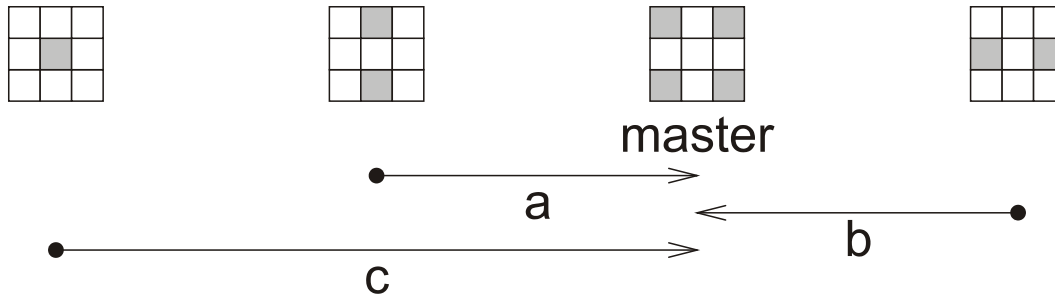
# Snímky RGB CIR



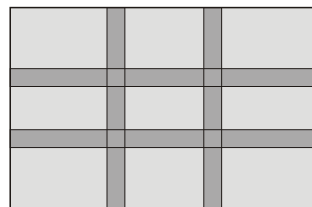




„sešití“ obrazu (stitching)



UltraCamD



67,5 mm

103,5 mm

rozlíšenie 10 cm/pxl



rozlíšenie 20 cm/pxl



rozlíšenie 50 cm/pxl



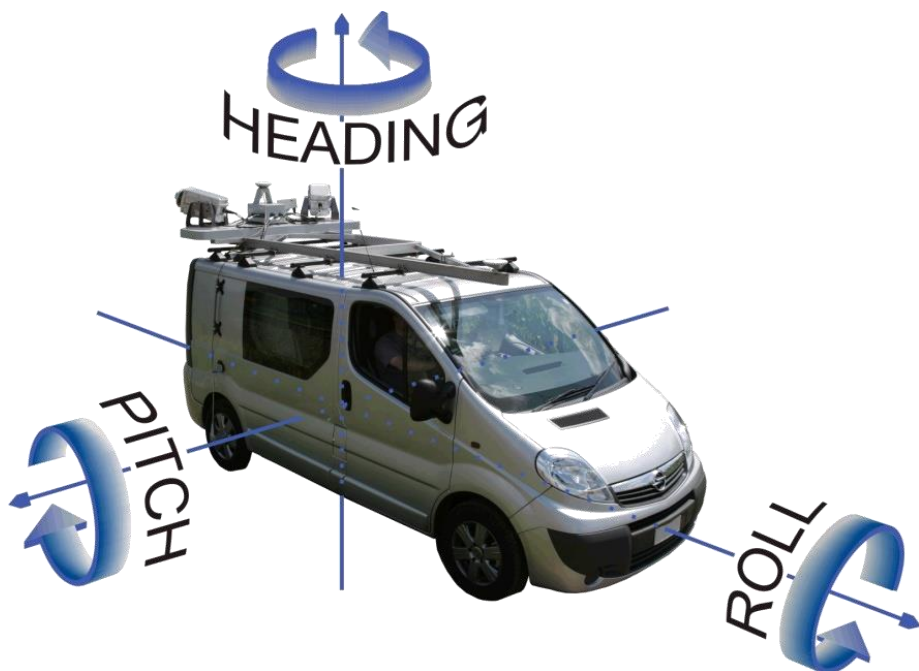
rozlíšenie 1 m/pxl



M 1:600



# Mobilní laserové skenování



	Se signálem GPS	1 min bez signálu GPS
X,Y (m)	0.020	0.100
Z (m)	0.050	0.120
Náklony (°)	0.005	0.020
Stočení (°)	0.020	0.020

## Applanix POSLV 420

2 GPS přijímače

Trimble Zephyr

1 DMI (Distance Measuring Indicator – snímač otáček kola)

1 IMU (Inertial Measuring Unit)

Northrop Grumman LN-200

3 gyroskopy

3 akcelerometry

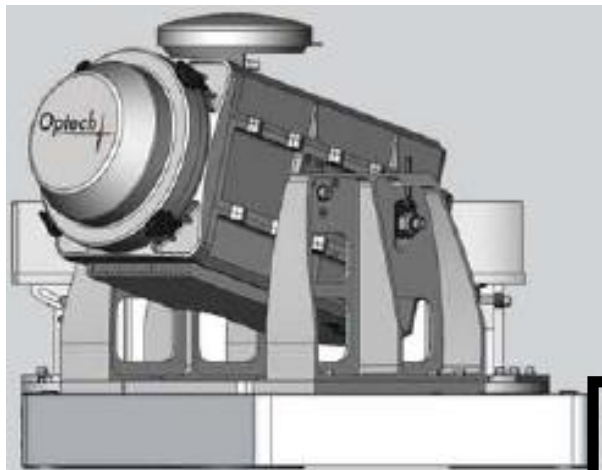
*SBET “Smoothed Best Estimated Trajectory”*

*Trajektorie vozu v reálném čase*

•200 záznamů za sekundu

•Pozice (x, y, z) vozu + náklony a stočení

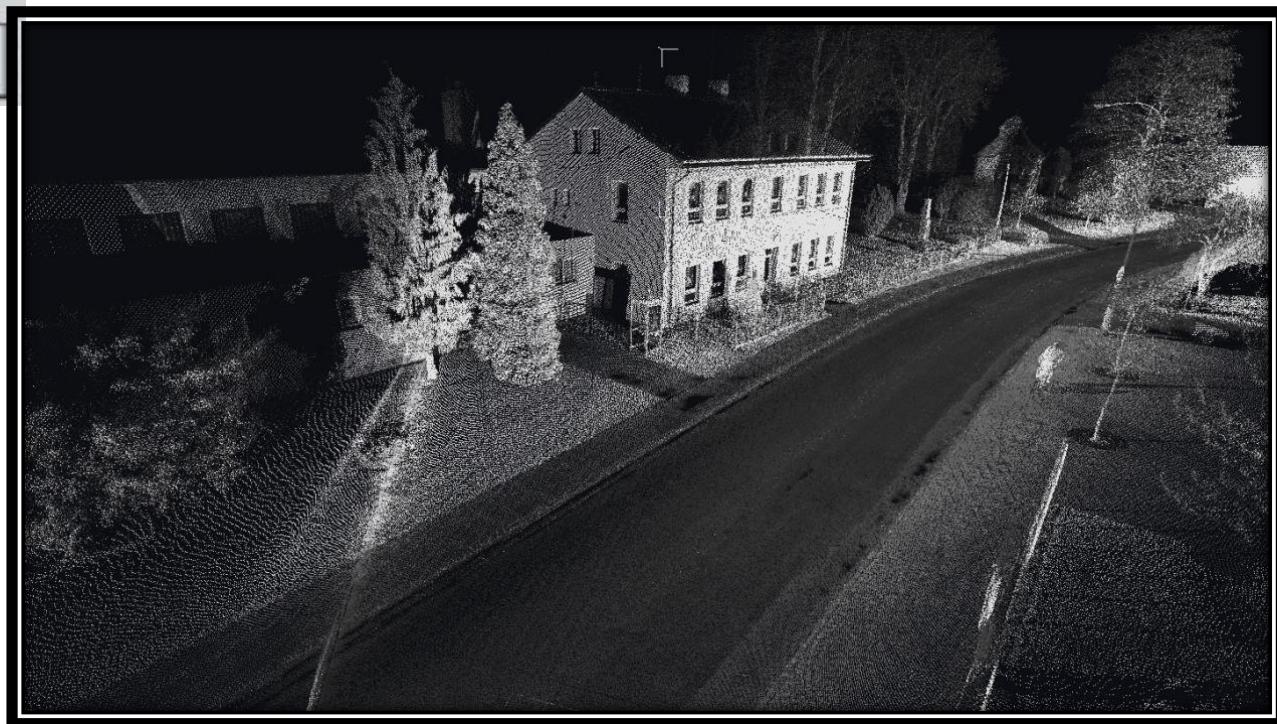
# Mobilní laserové skenování



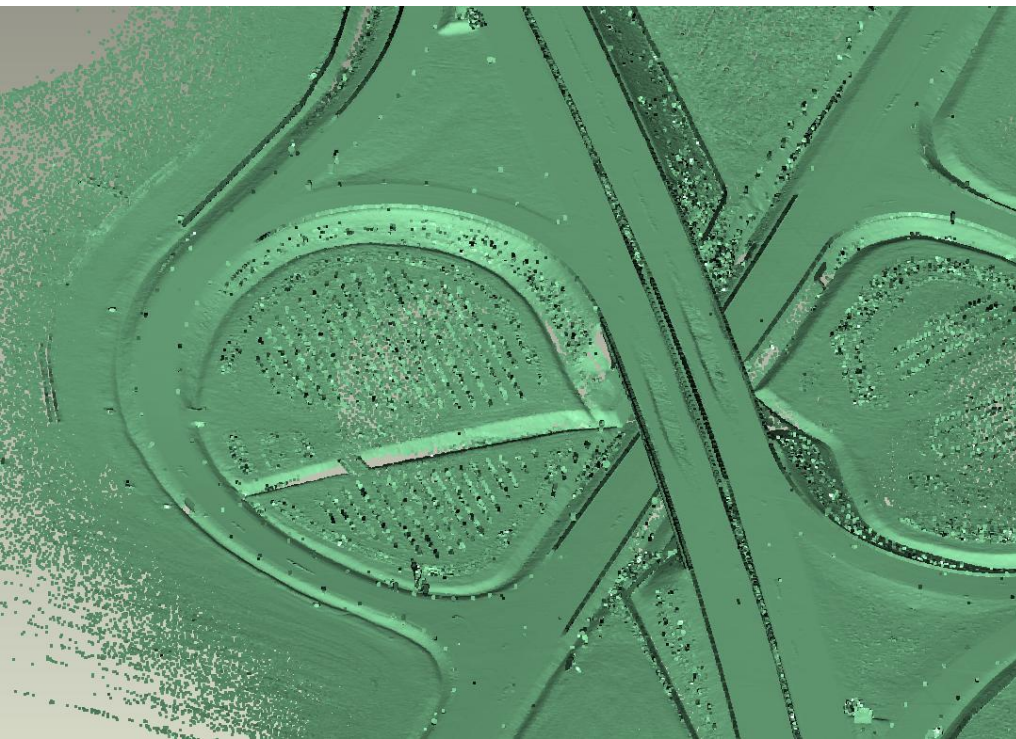
*Ukázka dat - absolutní přesnost zaměření bodů +/- 5 cm (Geovap Pardubice)*

*Systém LYNX – laserová hlava*

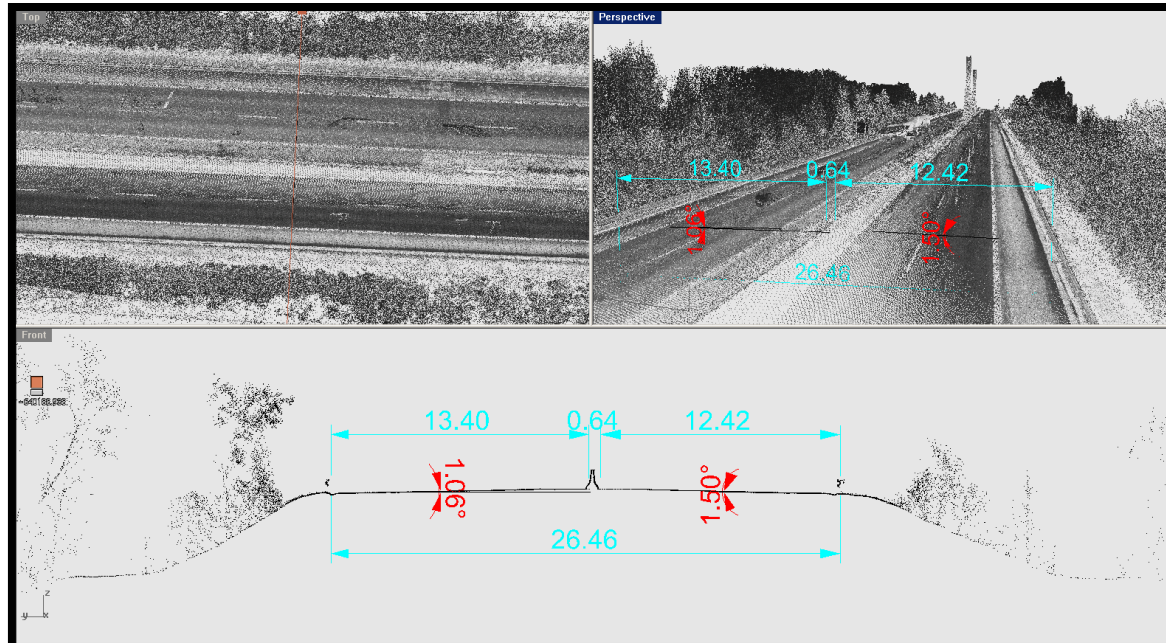
- snímací hlavy skenerů LYNX
- pokrytí 360°
- Rychlost otáčení: 9000 ot/min
- výstup: 200 000 pulsů/sec
- Měření až 4 odrazy/puls
- Třída 1. bezpečnosti laserového záření
- Neviditelný svazek paprsků
- Dosah až 200 m
- >>> zaměření pásu o šířce 400 m



# Mobilní laserové skenování



*Snadné a rychlé využití naměřených dat - nutnost nových druhů software*



*PLS: mobilní – personální – ruční- laserový skener*

*Určen zejména pro převod dat do BIM, ručně nesen, nemá GNSS,  
pro orientaci se v uzavřených prostorách užívá technologie SLAM*



*KONEC*